
الأدهم
فى
الهندسة
الصف الأول الثانوى
الترم الاول
٢٠٢٠
هدية
مجانية
إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الدرس الأول : تشابه المضلعات

علاقة التشابه ∽

علاقة التطابق ≡

يتشابه المضلعان إذا

١ تتساوى قياسات زواياهما المتناظرة

٢ تتناسب أطوال أضلاعهما المتناظرة

ولابد من تحقق الشرطين معًا

ملاحظات

١ تكتب المضلعات المتشابهة بنفس ترتيب الرؤوس المتناظرة

مثلاً إذا كان أ ب جـ د ∽ س ص ع ل

فإن ق(∠أ) = ق(∠س)

، ق(∠جـ) = ق(∠ع)

، $\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب جـ}{ص ع} = \frac{جـ د}{ع ل} = \frac{د أ}{ل س} = ك$

٢ يسمى معامل التشابه ك

إذا كان ك > ١

فإن المضلع الأول تكبير للثاني

أو الثاني تصغير للأول

٣ وإذا كان ٠ < ك < ١

فإن الأول تصغير للثاني

أو الثاني تكبير للأول

٤ وإذا كان ك = ١

فإن المضلعان متطابقان

٥ المضلعان المتطابقان هما مضلعان متشابهان ومعامل التشابه = ١

٦ كل مضلعين متطابقين فهما متشابهين

وليس كل مضلعين متشابهين يكونان متطابقان

٧ المضلعان المتشابهان لثالث متشابهان

٨ كل المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة

مثلاً

كل المربعات متشابهة

كل المثلثات متساوية الأضلاع متشابهة

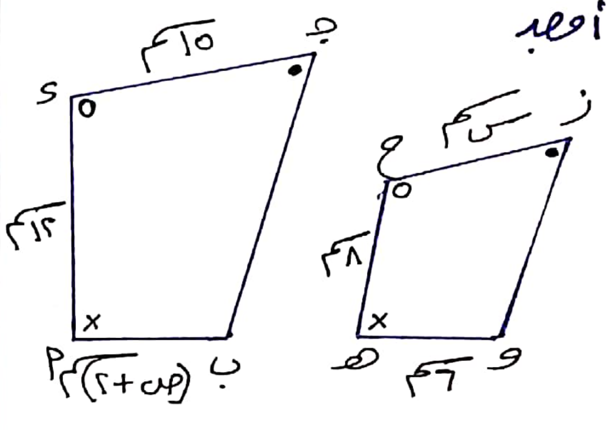
كل الخماسي المنتظم متشابه

وهكذا

٩ إذا كان معامل التشابه (١) فإن المضلعان يكونان متطابقان

١٠ النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين = النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما

مثال ١ المضلع أ ب جـ د ~ المضلع هـ و ز ح أوجد



١ معامل تشابه أ ب جـ د للمضلع هـ و ز ح

٢ قيمة كلاً من س ، ص

الحل

أ ب جـ د ~ هـ و ز ح

$\frac{أب}{هو} = \frac{بجـ}{وز} = \frac{جـد}{زح} = \frac{أد}{هـح}$

$\frac{ص+٢}{٦} = \frac{بجـ}{وز} = \frac{١٥}{س} = \frac{١٢}{٨} = ك$

∴ $ك = \frac{١٢}{٨} = \frac{٣}{٢}$

∵ $\frac{١٥}{س} = \frac{١٢}{٨}$

∴ $س = \frac{١٥ \times ٨}{١٢} = ١٠$ سم

، ∵ $\frac{ص+٢}{٦} = \frac{١٢}{٨}$

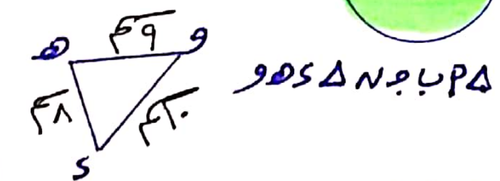
∴ $(ص+٢) = \frac{٦ \times ١٢}{٨}$

$ص + ٢ = ٩$ ∴ $ص = ٩ - ٢$

∴ $ص = ٧$ سم

مثال ٢ في الشكل المقابل

△ أ ب جـ ~ △ د هـ و



محيط المثلث أ ب جـ = ٨١ سم

أوجد أطوال أضلاع △ أ ب جـ

الحل

∵ محيط △ أ ب جـ = ٨١ سم

، محيط △ (د هـ و) = (٨ + ٩ + ١٠) = ٢٧ سم

$\frac{محيط أبجـ}{محيط دهـو} = \frac{٨١}{٢٧} = ٣$

∴ $\frac{أب}{دهـ} = \frac{بجـ}{هـو} = \frac{أجـ}{دو} = ٣$

$\frac{أب}{٨} = \frac{بجـ}{٩} = \frac{أجـ}{١٠} = ٣$

∴ $أب = ٣ \times ٨ = ٢٤$ سم

ب جـ = ٣ × ٩ = ٢٧ سم

أ جـ = ٣ × ١٠ = ٣٠ سم

مثال ٣

المضلع أ ب جـ د ~ المضلع س ص ع ل
فإذا كان أ ب = ٣٢ سم
، ب جـ = ٤٠ سم ، س ص = ٣م − ١
، ص ع = ٣م + ١ فأوجد قيمة م العددية

الحل

∵ أ ب جـ د ~ س ص ع ل

أ ب / س ص = ب جـ / ص ع

٣٢ / (٣م − ١) = ٤٠ / (٣م + ١)

٣٢ (٣م + ١) = ٤٠ (٣م − ١)

٩٦م + ٣٢ = ١٢٠م − ٤٠

٩٦م − ١٢٠م = − ٤٠ − ٣٢

− ٢٤م = − ٧٢

∴ م = −٧٢ / −٢٤ = ٣

مثال ٤



مستطيل بعداه ١٠ سم ، ٦ سم
أوجد محيط ومساحة مستطيل
آخر إذا كان معامل التشابه = ٣

الحل

∵ معامل التشابه = ٣ > ١

∴ المستطيل المطلوب تكبير للمعطى

∵ طول الأول / ١٠ = عرض الأول / ٦ = ٣

∴ طول المستطيل = ٣ × ١٠ = ٣٠ سم

وعرض المستطيل = ٣ × ٦ = ١٨ سم

محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

= ٢ × (٣٠ + ١٨) = ٩٦ سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ٣٠ × ١٨ = ٥٤٠ سم²

مثال ٥

أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٤ سم
، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٨ سم
أوجد أطوال أضلاع مثلث آخر مشابه له
إذا كان معامل التشابه = ٠,٧

الحل

∵ معامل التشابه ك = ٠,٧ < ١

∴ المثلث المطلوب تصغير للمثلث أ ب جـ

نفرض أن △ س ص ع ~ △ أ ب جـ

∴ س ص / أ ب = ص ع / ب جـ = س ع / أ جـ = ٠,٧

$\therefore \frac{س ص}{٤} = \frac{ص ع}{٥} = \frac{س ع}{٨} = ٠,٧$

$\therefore$ س ص = ٤ × ٠,٧ = ٢,٨ سم

، ص ع = ٥ × ٠,٧ = ٣,٥ سم

، س ع = ٨ × ٠,٧ = ٥,٦ سم

اختر

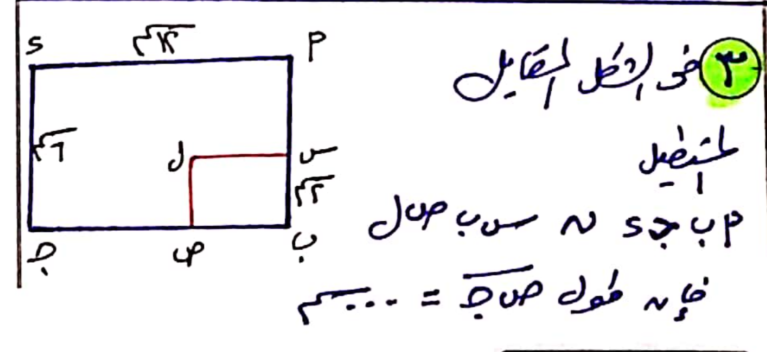
(١) لكى يتشابه المضلعان م١ ، م٢ يكون كافياً الحصول على ....

(أ) زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس فقط.
(ب) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة فقط.
(ج) (أ) ، (ب) معاً.
(د) مفيش حاجة من اللى فات

(٢) لكى يتشابه المعينان أ ب جـ د ، س ص ع ل يكون كافياً الحصول على ....

(أ) ق(أ) = ٦٠° ، ق(ص) = ١٢٠° فقط
(ب) محيط المعين أ ب جـ د = ٢ محيط المعين س ص ع ل
(ج) (أ) ، (ب) معاً
(د) الاجابة تونس

(٣) فى الشكل المقابل



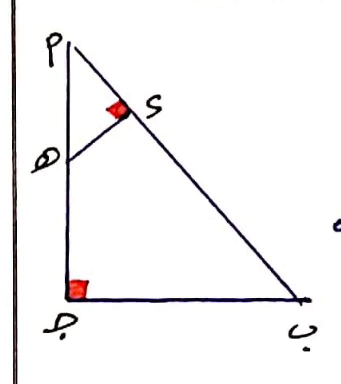
المستطيل
أ ب جـ د ~ س ب ص ل
فإن طول ص جـ = ... سم

(أ) ٦ **(ب) ٨** (جـ) ١٠ (د) ١١

$\therefore \frac{س ص}{جـ د} = \frac{ص ل}{أ د}$ $\frac{٢}{٦} = \frac{ب ص}{١٢}$

$\therefore$ ب ص = $\frac{٢ \times ١٢}{٦}$ = ٤ سم $\therefore$ ص جـ = ٨ سم

(٤) فى الشكل المقابل

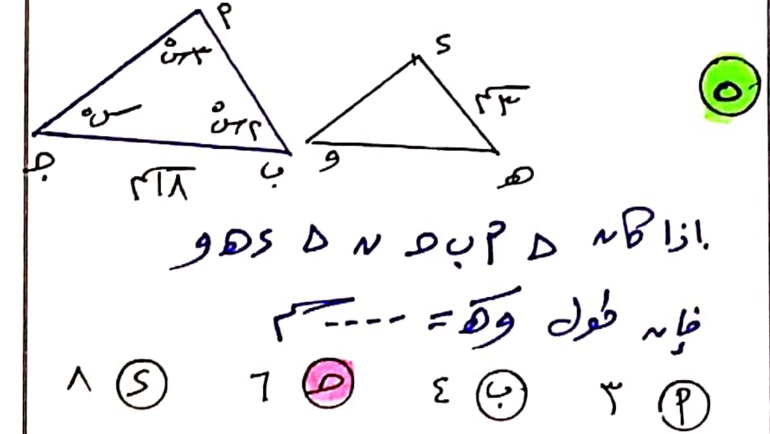


△ أ ب جـ ~ △ أ هـ د
وكان ق(ب) = ٣س + ١٠°
، ق(أ هـ د) = س + ٣٠°
فإن ق(أ) = ...°

(أ) ٥٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٣٠° (د) ٦٠°

من لوازم التشابه ق(ب) = ق(أ هـ د)
$\therefore$ ٣س + ١٠ = س + ٣٠
٢س = ٢٠ $\therefore$ س = ١٠°
$\therefore$ ق(ب) = ٤٠° $\therefore$ ق(أ) = ٥٠°

(٥)



إذا كان △ أ ب جـ ~ △ د هـ و
فإن طول و هـ = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ **(جـ) ٦** (د) ٨

فيه أكثر من حل
△ أ ب جـ قياسات زواياه تدل انه قائم فى أ
وفيه ق(جـ) = ٣٠° $\therefore$ الضلع المقابل لها نصف الوتر
وفى △ د هـ و $\therefore$ د هـ = $\frac{١}{٢}$ هـ و
$\therefore$ هـ و = ٦ سم




١ أكمل

١) يتشابه المضلعان إذا ..... ، .....

٢) كل المضلعات المتطابقة تكون .....

٣) المضلعان المشابهان لثالث .....

٤) إذا كان معامل التشابه ١ كان المضلعان .....

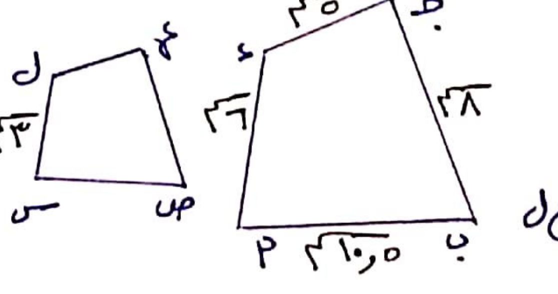
٥) مضلعان متشابهان النسبة بين ضلعين ٣ : ٥ فإن النسبة بين محيطيهما .....

٦) كل المربعات تكون .....

٧) المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون .....

٨) النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين = النسبة بين .....

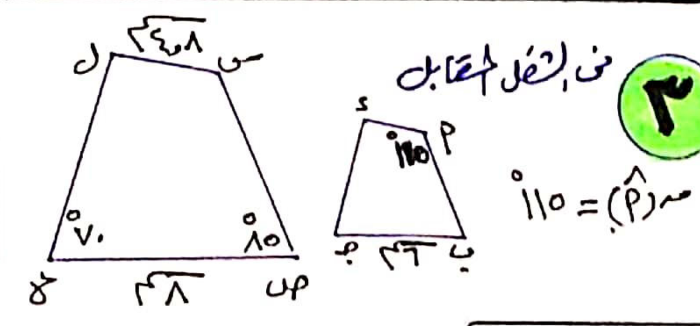
٢ أ ب جـ د ~ س ص ع ل



باستخدام الأطوال المبينة على الرسم أوجد طول $\overline{س ص}$ ، $\overline{ص ع}$ ، $\overline{ع ل}$

٣ من الشكل المقابل

ق(∠أ) = ١١٥°



احسب ق(∠س ل ع) وطول أد

وإذا كان محيط المضلع أ ب جـ د = ١٩٫٥ سم

احسب محيط المضلع س ص ع ل

٤ △ أ ب جـ فيه أب = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أجـ = ٩ سم ، أوجد أطوال أضلاع مثلث مشابه له إذا كان معامل التشابه = ٢

٥ مستطيلان متشابهان بعدا الأول ٨ سم ، ١٢ سم ومحيط الثاني = ٢٠٠ سم أوجد بعدا المستطيل الثاني ومساحته

٦ إذا كان أ ب جـ د ~ س ص ع ل



أكمل

١) $\frac{أب}{ب جـ} = \frac{....}{ص ع}$

٢) أب × ع ل = س ص × .....

٣) ق(∠ب) = ق(∠...)

٤) $\frac{محيط ....}{محيط ....} = \frac{س ص}{أ ب}$

واحد ومراته مابيتكلموش

مراته جابت ورقه وكتبتله : انا عايزه اروح عند أهلي

كتبلها : مفيش مرواح

راحت جابت ورقه كبيره وكتبتله : انا بقولك عايزه اروح عند أهلي



كتبلها : مفيش مرواح ومتعليش صوتك عليا تاني :D

الدرس الثاني : تشابه المثلثات

في الدرس ده هندرس حالة واحدة فقط

الحالة الأولى

زاويتان

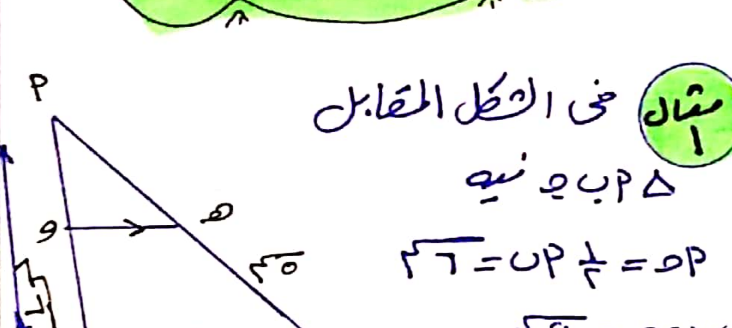
يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحدهما مع نظائرهما في المثلث الآخر



1. في المثلث القائم
   محتاجين زاوية حادة
2. في المثلث المتساوي الساقين
   محتاجين زاوية حادة مع زاوية قاعدة
   أو زاوية الرأس مع زاوية الرأس
3. في المثلث المتساوي الأضلاع
   متحاجين سلامتك بس
   لأنهما متشابهان فاكر ملاحظات الدرس
   اللي فات



مثال 1 في الشكل المقابل



△ أ ب جـ فيه

أ جـ = ½ أ ب = ٦ سم

، ب جـ = ٩ سم

، هـ ب = ٥ سم

، هـ و // ب جـ

1. أثبت أن △ أ هـ و ~ △ أ ب جـ
2. أوجد طول هـ و ، جـ و

الحل

△△ أ هـ و ، أ ب جـ فيهما

ق(∠أ هـ و) = ق(∠ب) بالتناظر

ق(∠أ و هـ) = ق(∠جـ) بالتناظر

ق(∠أ) مشتركة

∴ △ أ هـ و ~ △ أ ب جـ # أولاً

∵ أ جـ = ٦ سم ، ½ أ ب = ٦ سم

∴ أ ب = ١٢ سم ، ∵ ب هـ = ٥ سم

∴ أ هـ = ٧ سم

من التشابه $\frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{هـ و}{ب جـ} = \frac{أ و}{أ جـ}$

$\frac{٧}{١٢} = \frac{هـ و}{٩} = \frac{أ و}{٦}$

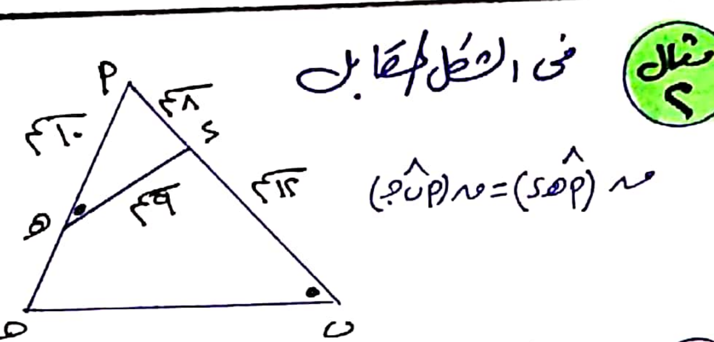
∴ هـو = $\frac{٩ \times ٧}{١٢}$ = ٥,٢٥ سم

، أو = $\frac{٦ \times ٧}{١٢}$ = ٣,٥ سم

، ∵ أهـ = ٦ سم ، أو = ٣,٥ سم

∴ هـو = ٦ − ٣,٥ = ٢,٥ سم ثانياً

مثال ٢ في الشكل المقابل



ق(أ̂هـد) = ق(أ̂بج)

١ اثبت أن △أبج ∼ △أهـد

٢ أوجد طول بج ، هـج

الحل

△△ أبج ، أهـد فيهما

ق(أ̂بج) = ق(أ̂هـد)
(أ̂) زاوية مشتركة

∴ △أبج ∼ △أهـد

∴ $\frac{أب}{أهـ} = \frac{بج}{هـد} = \frac{أج}{أد}$

$\frac{٢٠}{١٠} = \frac{بج}{٩} = \frac{أج}{٨}$

∴ بج = $\frac{٢٠ \times ٩}{١٠}$ = ١٨ سم

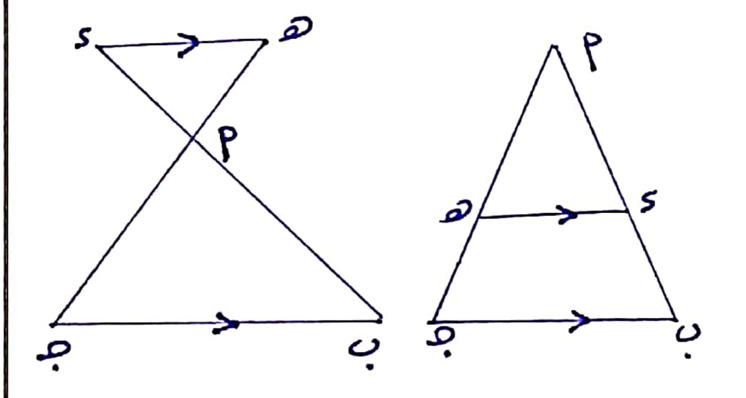
، أج = $\frac{٢٠ \times ٨}{١٠}$ = ١٦ سم

∴ جهـ = ١٦ − ١٠ = ٦ سم

الفكرة الثانية

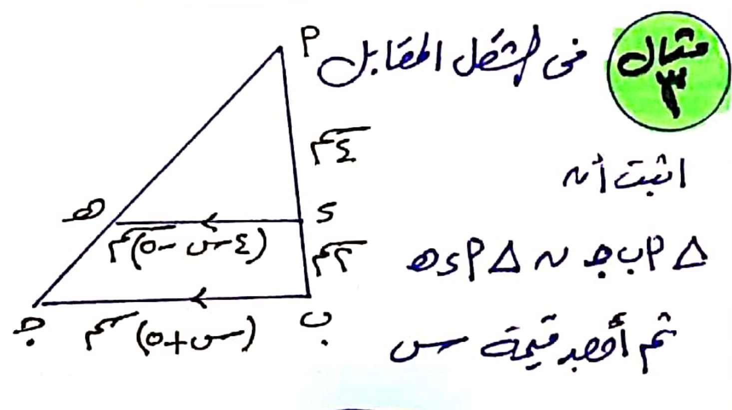
نتيجة (١)

إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين أو المستقيمين الحاملين لهما فإن المثلث الناتج يشابه المثلث الأصلي.



△أدهـ ∼ △أبج

مثال ٣ في الشكل المقابل



اثبت أن △أبج ∼ △أدهـ ثم أوجد قيمة س

الحل

△△ أدهـ ، أبج فيهما

ق(أ̂دهـ) = ق(ب̂) بالتناظر
ق(أ̂هـد) = ق(ج̂) بالتناظر
(أ̂) مشتركة

∴ △ أ د هـ ~ △ أ ب جـ

∴ $\frac{أد}{أب} = \frac{ده}{بجـ}$

∴ $\frac{4}{6} = \frac{4س - 5}{س + 5}$

$4(س + 5) = 6(4س - 5)$

$4س + 20 = 24س - 30$

$4س - 24س = -30 - 20$

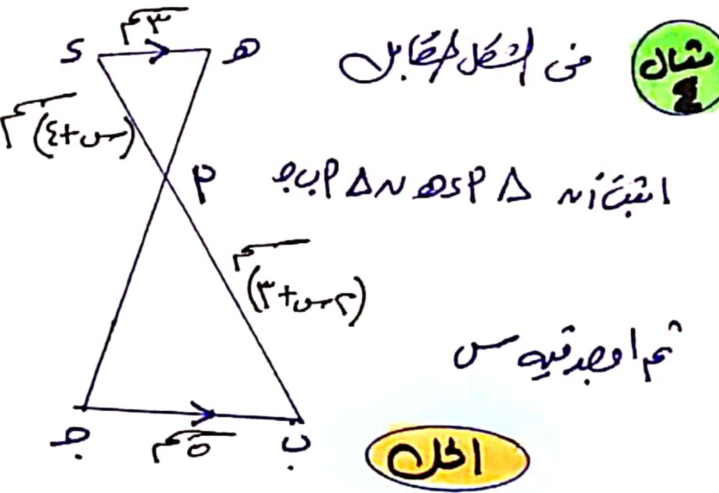
$-20س = -50$

∴ $س = \frac{-50}{-20} = 2{,}5$

مثال 4 في الشكل المقابل

أثبت أن △ أ د هـ ~ △ أ ب جـ

ثم أوجد قيمة س



الحل

△△ أ د هـ ، أ ب جـ فيهما

$\left\{ \begin{array}{ll} ق(\hat{د}) = ق(\hat{ب}) & \text{بالتبادل} \\ ق(\hat{هـ}) = ق(\hat{جـ}) & \text{بالتبادل} \end{array} \right.$

∴ △ أ د هـ ~ △ أ ب جـ

$\frac{أد}{أب} = \frac{ده}{بجـ} = \frac{أهـ}{أجـ}$

$\frac{س + 4}{2س + 3} = \frac{3}{5}$

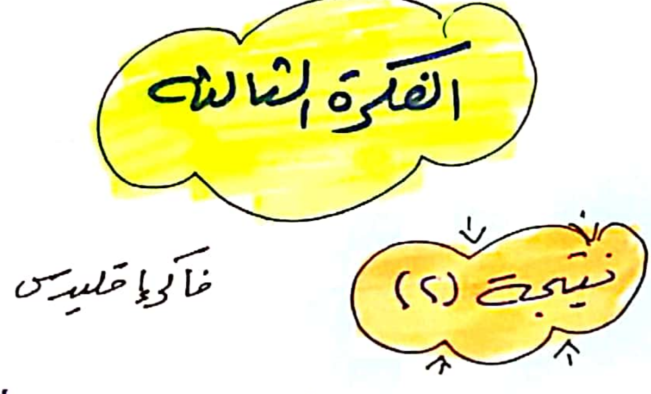
$5(س + 4) = 3(2س + 3)$

$5س + 20 = 6س + 9$

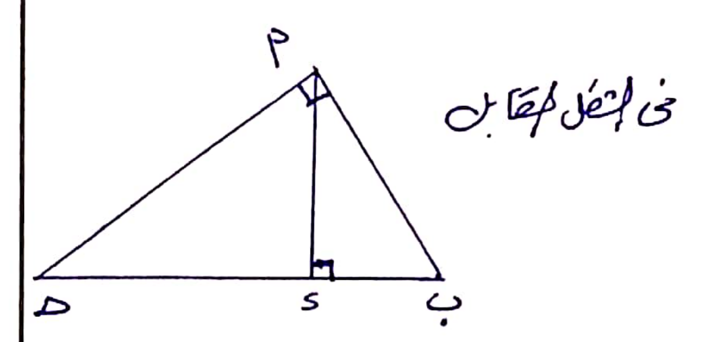
$5س - 6س = 9 - 20$

$-س = -11$

∴ $س = 11$



إذا رسم من رأس المثلث القائم عمود على الوتر انقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكلاهما يشابه المثلث الأصلي.



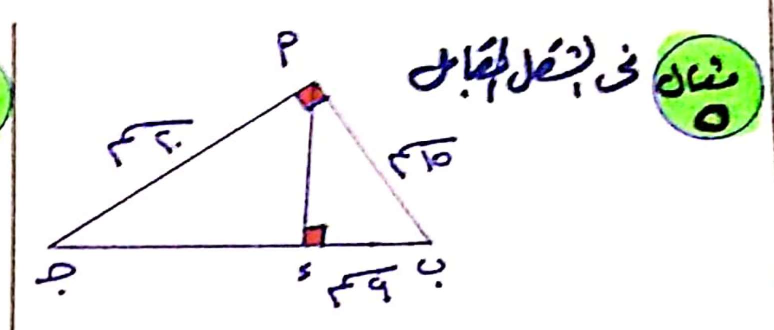
△ د ب أ ~ △ د جـ أ ~ △ أ ب جـ

ويكون

* $(أب)^2 = ب د \times ب جـ$ * $(أجـ)^2 = جـ د \times جـ ب$

* $(أد)^2 = د ب \times د جـ$ * $أد \times جـ ب = أب \times أجـ$

مثال ٥ في الشكل المقابل



أوجد طول $\overline{أء}$ ، $\overline{ءجـ}$

الحل

∵ $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

وفيه $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$

∴ $\triangle$ ء ب أ ~ $\triangle$ ء أ جـ

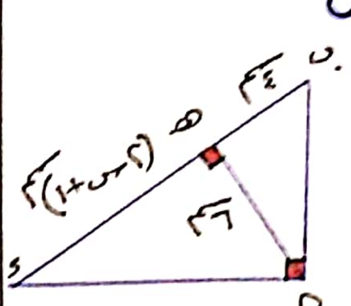
∴ $\frac{بء}{أء} = \frac{بأ}{أجـ} = \frac{أء}{ءجـ}$

$\frac{٩}{أء} = \frac{١٥}{٢٠} = \frac{أء}{ءجـ}$

∴ $أء = \frac{٩ \times ٢٠}{١٥} = ١٢$ سم

$ءجـ = \frac{٢٠ \times ١٢}{١٥} = ١٦$ سم

مثال ٦ أوجد قيمة س



الحل

∵ $\triangle$ ء جـ ب قائم الزاوية في جـ وفيه $\overline{جـهـ} \perp \overline{بء}$

∴ $\triangle$ هـ ء جـ ~ $\triangle$ هـ جـ ب

∴ $\frac{هـء}{هـجـ} = \frac{هـجـ}{هـب}$ ∴ $(هـجـ)^٢ = هـء \times هـب$

∴ $(٦)^٢ = ٤ \times (٢س+١)$

$٨س + ٤ = ٣٦$

∴ $٨س = ٣٢$ ∴ $س = ٤$

مثال ٧ $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ،

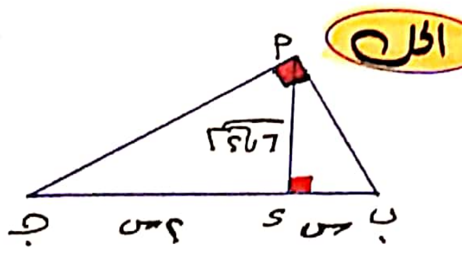
رسم $\overrightarrow{أء} \perp \overline{بجـ}$ يقطعه في ء

وإذا كان $\frac{بء}{ءجـ} = \frac{١}{٢}$

، $أء = ٦\sqrt{٢}$ سم

فأوجد طول $\overline{بء}$ ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$

الحل



∵ $\frac{بء}{ءجـ} = \frac{١}{٢}$

نفرض أن ب ء = س سم ، ء جـ = ٢س سم

∵ $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية في أ وفيه $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$ ∴ $\triangle$ ء ب أ ~ $\triangle$ ء أ جـ

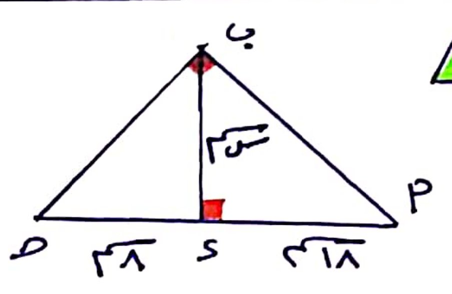
∴ $(أء)^٢ = بء \times ءجـ$

∴ $(٦\sqrt{٢})^٢ = س \times ٢س$

∴ $٢س^٢ = ٧٢$

∴ $س^٢ = \frac{٧٢}{٢} = ٣٦$

تدريب



أوجد قيمة س العددية

∴ $س = \sqrt{٣٦} = ٦$ سم

∴ ب ء = ٦ سم ، ء جـ = ١٢ سم

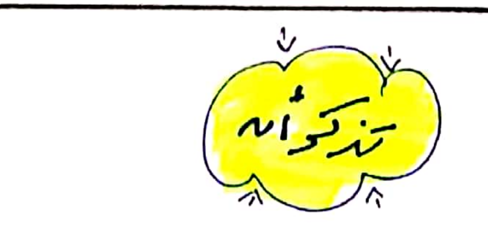
∴ ب جـ = ١٨ سم

∵ $(أ ب)^٢ =$ ب ء × ب جـ $= ٦ × ١٨$

∴ أ ب $= ٦\sqrt{٣}$ سم

، ∵ $(أ جـ)^٢ =$ جـ ء × جـ ب $= ١٢ × ١٨$

∴ أ جـ $= ٦\sqrt{٦}$ سم



١) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة تكون قائمة

٢) قياس الزاوية المحيطية = ½ قياس المركزية

٣) قياس الزاوية المماسية = قياس المحيطية المرسومة معها على نفس القوس

٤) المماس للدائرة يكون عمودى على نصف القطر من نقطة التماس

٥) الزوايا المحيطية التى تحصر نفس القوس أو أقواس متساوية تكون متساوية فى القياس

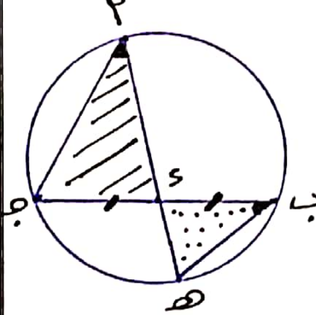
٦) فى الشكل الرباعى الدائرى

* كل زاويتين متقابلتين متكاملتين
* قياس الزاوية الخارجية عند أى رأس = قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس.

مثال ٨

أ هـ ، ب جـ وتران فى دائرة متقاطعان فى ء حيث ء منتصف ب جـ أثبت أن $(ب ء)^٢ =$ أ ء × ء هـ

الحل



العمل نرسم أ جـ ، ب هـ

البرهان

△△ أ ء جـ ، ب ء هـ

فيهما { ق(∠أ) = ق(∠ب) محيطيتان على نفس القوس ، ق(∠أ ء جـ) = ق(∠ب ء هـ) بالتقابل بالرأس }

∴ △ أ ء جـ ~ △ ب ء هـ

وينتج أن $\frac{أ ء}{ء ب} = \frac{جـ ء}{ب هـ}$

∴ ب ء × ء جـ = أ ء × ب هـ

، ∵ ب ء = ء جـ

∴ ب ء × ء ب = أ ء × ب هـ

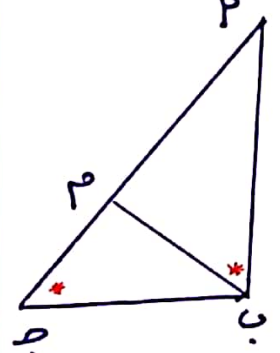
$(ب ء)^٢ =$ أ ء × ب هـ #

مثال (٩)

في △ أ ب ج : أ ج > أ ب ، م ∈ أ ج

حيث ق(∠أ ب م) = ق(∠ج)

اثبت أن (أ ب)² = أ م × أ ج



الحل

△△ أ ب م ، أ ج ب

فيهما { (∠أ) مشتركة ، ق(∠أ ب م) = ق(∠ج) }

∴ △ أ ب م ~ △ أ ج ب

∴ $\frac{أ ب}{أ ج} = \frac{ب م}{ج ب} = \frac{أ م}{أ ب}$

∴ (أ ب)² = أ م × أ ج #

مثال (١٠)

في الشكل المقابل:

△ أ ب ج قائم الزاوية في أ

، أ د ⊥ ب ج ، د هـ ⊥ أ ب

، د و ⊥ أ ج

اثبت أن

(أ) △ أ د هـ ~ △ ج د و

(ب) مساحة المستطيل

أ هـ د و = √(أ هـ × هـ ب × أ و × و ج)

الحل

∵ (∠ج) تتمم (∠د أ ج) في △ أ د ج

، (∠هـ أ د) تتمم (∠د أ ج) لأنها قائمة

∴ ق(∠ج) = ق(∠هـ أ د) ← (١)

، ق(∠أ هـ د) = ق(∠د و ج) = ٩٠° ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ △ أ د هـ ~ △ ج د و # أولاً

∵ (د هـ)² = أ هـ × هـ ب

∴ د هـ = √(أ هـ × هـ ب)

، ∵ (د و)² = أ و × و ج

∴ د و = √(أ و × و ج)

∴ مساحة المستطيل أ هـ د و = د هـ × د و

= √(أ هـ × هـ ب × أ و × و ج) # ثانياً

مثال (١١)

△ أ ب ج منفرج الزاوية

في أ ، أ ب = أ ج

، رسم أ د ⊥ أ ب

ويقطع ب ج في د

اثبت أن ٢(أ ب)² = ب د × ب ج

الحل

العمل: نرسم أ هـ ⊥ ب ج

البرهان: ∵ أ ب = أ ج ، أ هـ ⊥ ب ج

∴ ب هـ = ½ ب ج ← (٢)

$\because (أب)^2 = ب هـ \times ب د \leftarrow (٢)$

$\therefore$ من (١) ، (٢)

$\therefore (أب)^2 = \frac{1}{2} ب جـ \times ب د$

$\therefore 2(أب)^2 = ب جـ \times ب د$ #.

مثال (١٢)

$\overline{أب}$ ، $\overline{دجـ}$ وتران فى دائرة ، $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـد} = \{هـ\}$

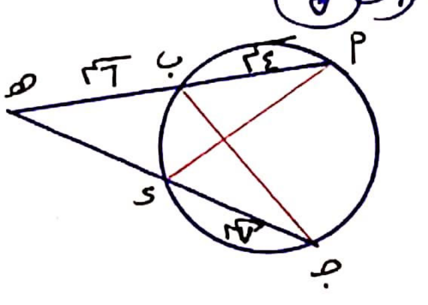
حيث هـ خارج الدائرة ، أب = ٤ سم

، دجـ = ٧ سم ، به = ٦ سم

اثبت أن $\triangle$ أدهـ ~ $\triangle$ جـبهـ

ثم أوجد طول $\overline{جـهـ}$

الحل



$\because$ (أ) ، (جـ) تحصران نفس القوس (ب د)

$\therefore$ ق(أ) = ق(جـ)

، $\because$ (هـ) مشتركة

$\therefore \triangle$ أدهـ ~ $\triangle$ جـبهـ # أولاً.

$\because \frac{دهـ}{بهـ} = \frac{أهـ}{جـهـ}$ $\therefore \frac{دهـ}{٦} = \frac{١٠}{٧+دهـ}$

$\therefore$ ٧ دهـ + $(دهـ)^2$ = ٦٠

$(دهـ)^2$ + ٧ دهـ − ٦٠ = ٠

(دهـ + ١٢)(دهـ − ٥) = ٠

دهـ = −١٢ مرفوض $\therefore$ دهـ = ٥ سم

$\therefore$ جـهـ = ١٢ سم # ثانياً

---

(١٣) فى الشكل المقابل

إذا كانت $\frac{س - ص}{س + ص} = \frac{٢}{٧}$

فإن أهـ = ... سم

(أ) ١٦ (ب) ١٥ (جـ) ١٢ (د) ١٠

[الشكل: مثلث أ ب جـ، هـ د // جـ ب، هـ د = ص سم، جـ ب = س سم، هـ جـ = ٨ سم]

$\because \frac{س}{ص} = \frac{أجـ}{أهـ}$ $\therefore$ س = ل(أهـ + ٨) ، ص = ل أهـ

$\frac{ل(أهـ+٨) - ل أهـ}{ل(أهـ+٨) + ل أهـ} = \frac{٢}{٧}$ $\therefore \frac{٨}{٢أهـ+٨} = \frac{٢}{٧}$

٤ أهـ + ١٦ = ٥٦ ، ٤ أهـ = ٤٠ ، أهـ = ١٠ سم

---

(١٤) فى الشكل المقابل

إذا كان أجـ = ١٨ سم

م نقطة تلاقى

المتوسطات $\triangle$ أب جـ

فإن طول و م = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٨

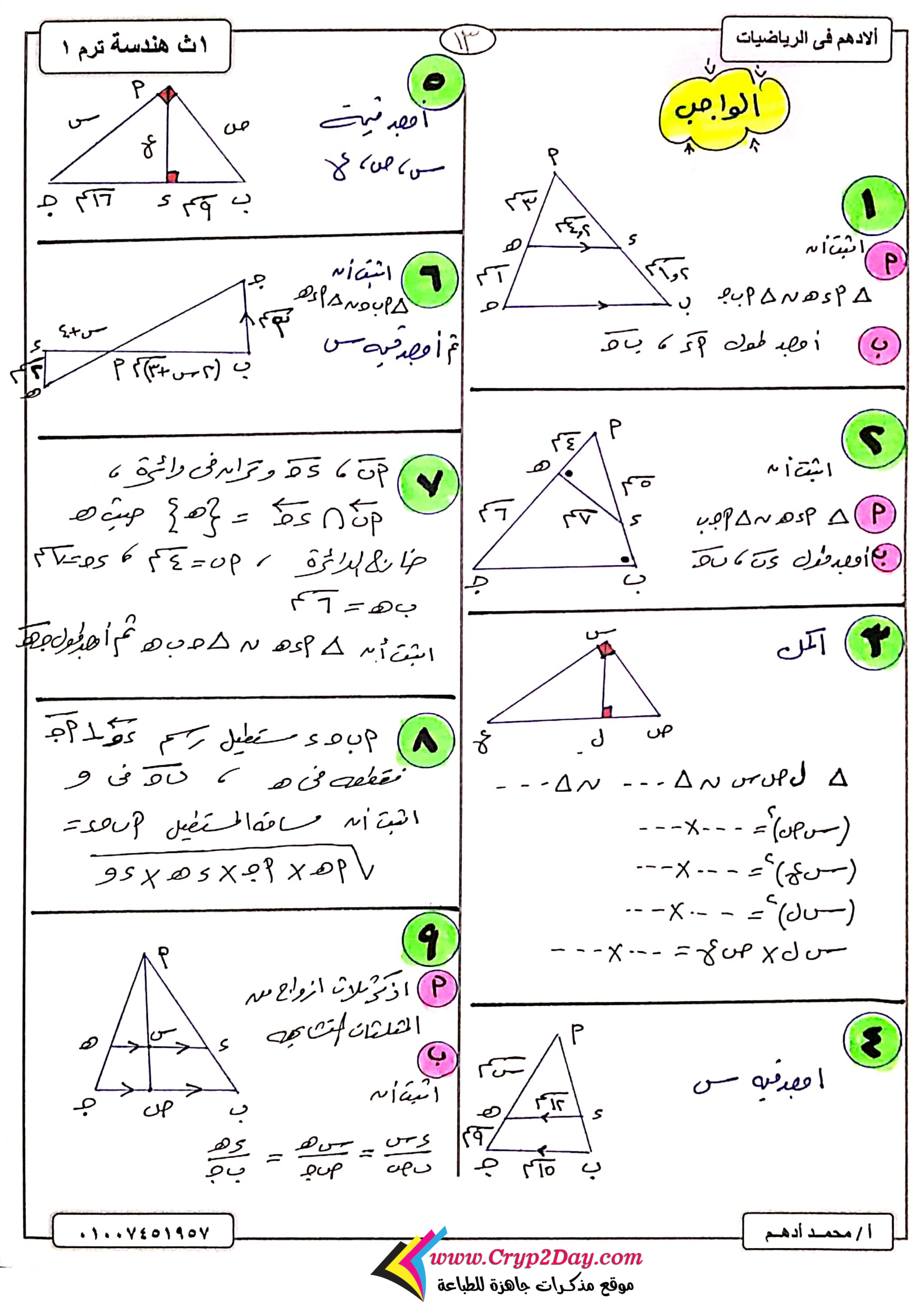
[الشكل: مثلث أ ب جـ، أد متوسط، م عليه، و، هـ على أب، جـ هـ = ٨ سم]

$\because$ د هـ = $\frac{1}{2}$ أجـ = ٩ سم (قطعة مرسومة بين منتصفى ضلعين)

$\because$ م نقطة تلاقى المتوسطات

$\because \frac{أم}{أد} = \frac{٢}{٣}$ $\therefore \frac{وم}{هـد} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{وم}{٩} = \frac{٢}{٣}$ $\therefore$ وم = ٦ سم


الواجب
١
أ اثبت أن △ أ د هـ ~ △ أ ب جـ
ب أوجد طول أ د ، ب د
٢
اثبت أن
أ △ أ د هـ ~ △ أ جـ ب
ب أوجد طول د ب ، د هـ
٣
أكمل
△ ل ص س ~ △ ... ~ △ ...
(س ص)² = ... × ...
(س ع)² = ... × ...
(س ل)² = ... × ...
س ل × ص ع = ... × ...
٤
أوجد قيمة س
٥
أوجد قيمة س ، ص ، ع
٦
اثبت أن △ أ ب د ~ △ أ جـ هـ
ثم أوجد قيمة س
٧
أ ب ، جـ د وتران في دائرة ،
أ ب ∩ جـ د = {هـ} حيث هـ
خارج الدائرة ، أ ب = ٤ سم ، جـ د = ٧ سم
ب هـ = ٦ سم
اثبت أن △ أ د هـ ~ △ جـ ب هـ ثم أوجد طول جـ هـ
٨
أ ب جـ د مستطيل رسم د و ⊥ أ جـ
يقطعه في هـ ، ب جـ في و
اثبت أن مساحة المستطيل أ ب جـ د =
√(أ هـ × أ جـ × د هـ × د و)
٩
أ اذكر ثلاث أزواج من المثلثات المتشابهة
ب اثبت أن
د س / ب ص = س هـ / ص جـ = د هـ / ب جـ

الدرس الثالث : تابع تشابه المثلثات

هندرس الحالتين الباقيين



تناسب الأضلاع الثلاثة

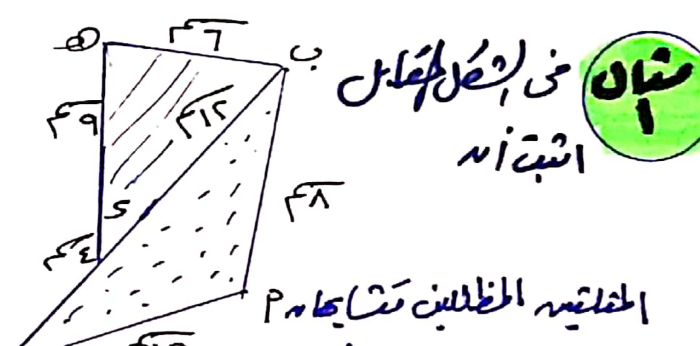
يتشابه المثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما

مهم

إزاي اعرف اكتب المثلثين المتشابهين

امشي من الضلع الأصغر للأوسط للأكبر في المثلث الأول والثاني بنفس ترتيب الحروف .

مثال ١ في الشكل المقابل اثبت أن



المثلثين المظللين متشابهان

ب د ينصف $\hat{}$أ ب هـ

الحل

رتب أضلاع المثلثات تصاعدياً وانت ترتاح

$\frac{أب}{ب هـ} = \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣}$ ، $\frac{أد}{هـ د} = \frac{١٢}{٩} = \frac{٤}{٣}$

$\frac{ب د}{ب د} = \frac{١٦}{١٢} = \frac{٤}{٣}$

∴ $\frac{أب}{ب هـ} = \frac{ب د}{ب د} = \frac{أد}{هـ د}$

∴ Δ ب أ د ~ Δ ب هـ د # أولاً

وينتج من التشابه أن ق($\hat{}$أ ب د) = ق($\hat{}$هـ ب د)

∴ $\overrightarrow{ب د}$ ينصف ($\hat{}$أ ب هـ) # ثانياً .



في الشكل المقابل اثبت أن

١) المثلثين متشابهان

٢) $\overrightarrow{جـ أ}$ ينصف ($\hat{}$ب أ د)

الحل

$\frac{أب}{أد} = \frac{١٢}{٨} = \frac{٣}{٢}$ ، $\frac{أجـ}{د جـ} = \frac{١٨}{١٢} = \frac{٣}{٢}$

$\frac{ب جـ}{أ جـ} = \frac{٢٧}{١٨} = \frac{٣}{٢}$

∴ $\frac{ب أ}{أ د} = \frac{أ جـ}{د جـ} = \frac{جـ ب}{جـ أ} = \frac{٣}{٢}$

∴ Δ ب أ جـ ~ Δ أ د جـ # أولاً

وينتج أن ق($\hat{}$أ جـ ب) = ق($\hat{}$د جـ أ)

∴ $\overrightarrow{جـ أ}$ ينصف ($\hat{}$ب جـ د) # ثانياً

الحالة الثالثة

زاوية وضلعيه بتوعها

يتشابه المثلثان إذا طابقت زاوية نظيرتها فى المثلث الآخر، وتناسبت أطوال الأضلاع التى تحتويها هاتان الزاويتان

مثال ٣ فى الشكل المقابل

(أ هـ = ٣ سم، هـ جـ = ٥ سم، أ ب = ٧ سم، جـ د = ٤ سم، د ب = ٦ سم)

١) اثبت أن △ أ ب جـ ~ △ د هـ جـ

٢) أوجد طول د هـ

٣) اثبت أن الشكل أ ب د هـ رباعى دائرى

الحل

∵ $\frac{جـ ب}{جـ هـ} = \frac{١٠}{٥} = ٢$

، $\frac{جـ أ}{جـ د} = \frac{٨}{٤} = ٢$

∵ △△ أ ب جـ ، د هـ جـ

فيهما { (جـ^) مشتركة ، $\frac{جـ ب}{جـ هـ} = \frac{جـ أ}{جـ د} = ٢$ }

∴ △ أ ب جـ ~ △ د هـ جـ #

وينتج أن

$\frac{أ ب}{د هـ} = \frac{ب جـ}{هـ جـ}$

$\frac{٧}{د هـ} = \frac{١٠}{٥}$

∴ د هـ = $\frac{٧ \times ٥}{١٠}$ = ٣,٥ سم ثانياً

∵ △ أ ب جـ ~ △ د هـ جـ

∴ ق (ب^) = ق (جـ هـ^ د)

∵ (جـ هـ^ د) خارجة عن الشكل الرباعى = الداخلة المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل أ ب د هـ رباعى دائرى.

مثال ٤ فى الشكل المقابل

(أ ب = ١٢ سم، أ جـ = ٨ سم، جـ د = ١٠ سم)

اثبت أن

١) △ أ ب جـ ~ △ أ د ب

٢) أ ب ممـاس للدائرة المارة بالنقط ب، جـ، د

الحل

△△ أ ب جـ ، أ د ب

فيهما { (أ^) مشتركة ← ① ، $\frac{أ ب}{أ د} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{أ جـ}{أ ب} = \frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$ ← ② }

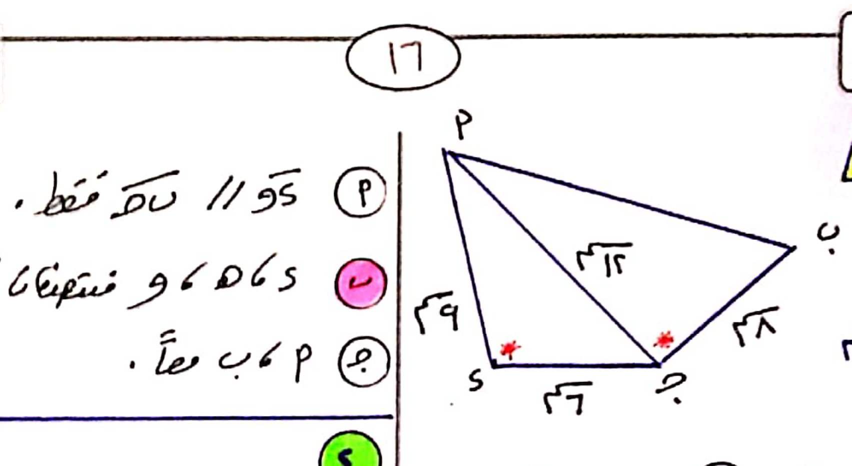
∴ △ أ ب جـ ~ △ أ د ب # أولاً

ومن التشابه ينتج أن ق (أ ب^ جـ) = ق (د^)

∴ أ ب ممـاس للدائرة المارة بالنقط ب، جـ، د # ثانياً.

اختر





(١) $أب = \dots\dots$ سم

(أ) ١٢ (ب) ١٦ (جـ) ١٨ (د) ٢٠

تشابه زاوية وضلعين

$\frac{بج}{جد} = \frac{أب}{أج}$ ∴ $\frac{أب}{١٢} = \frac{٨}{٦}$ ∴ $أب = ١٦$

(٢) في الشكل المقابل ب منتصف جـهـ فإن $دهـ = \dots$ سم

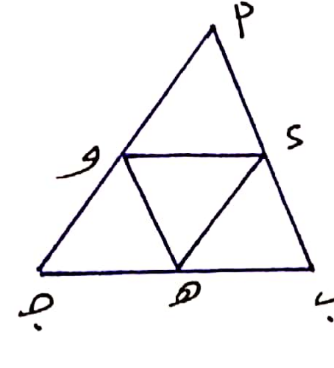
(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

$جـهـ = ١٢$ سم

$\frac{جـهـ}{جـب} = \frac{جـد}{جـأ} = \frac{٢}{١} = \frac{هـد}{٢,٥}$

∴ $هـد = ٥$ سم

(٣) في الشكل المقابل



لإثبات أن

$\triangle أبجـ \sim \triangle هـدو$

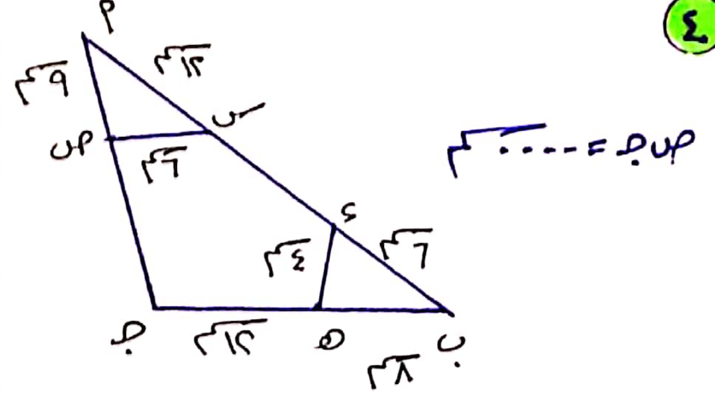
يكون كافياً الحصول على

(أ) دو // بجـ فقط.

(ب) د ، هـ ، و منتصفات أب ، بجـ ، أجـ على الترتيب فقط.

(جـ) أ ، ب معاً. (د) ولا واحد مما سبق

(٤)



$سص جـ = \dots\dots$ سم

(أ) ٩ (ب) ١٠ (جـ) ١١ (د) ١٢

لاحظ أن أضلاع $\triangle$ هـدب تتناسب مع سصأ

∴ $\triangle$ هـدب $\sim \triangle$ سصأ

∴ $ق(\hat{أ}) = ق(\hat{ب})$

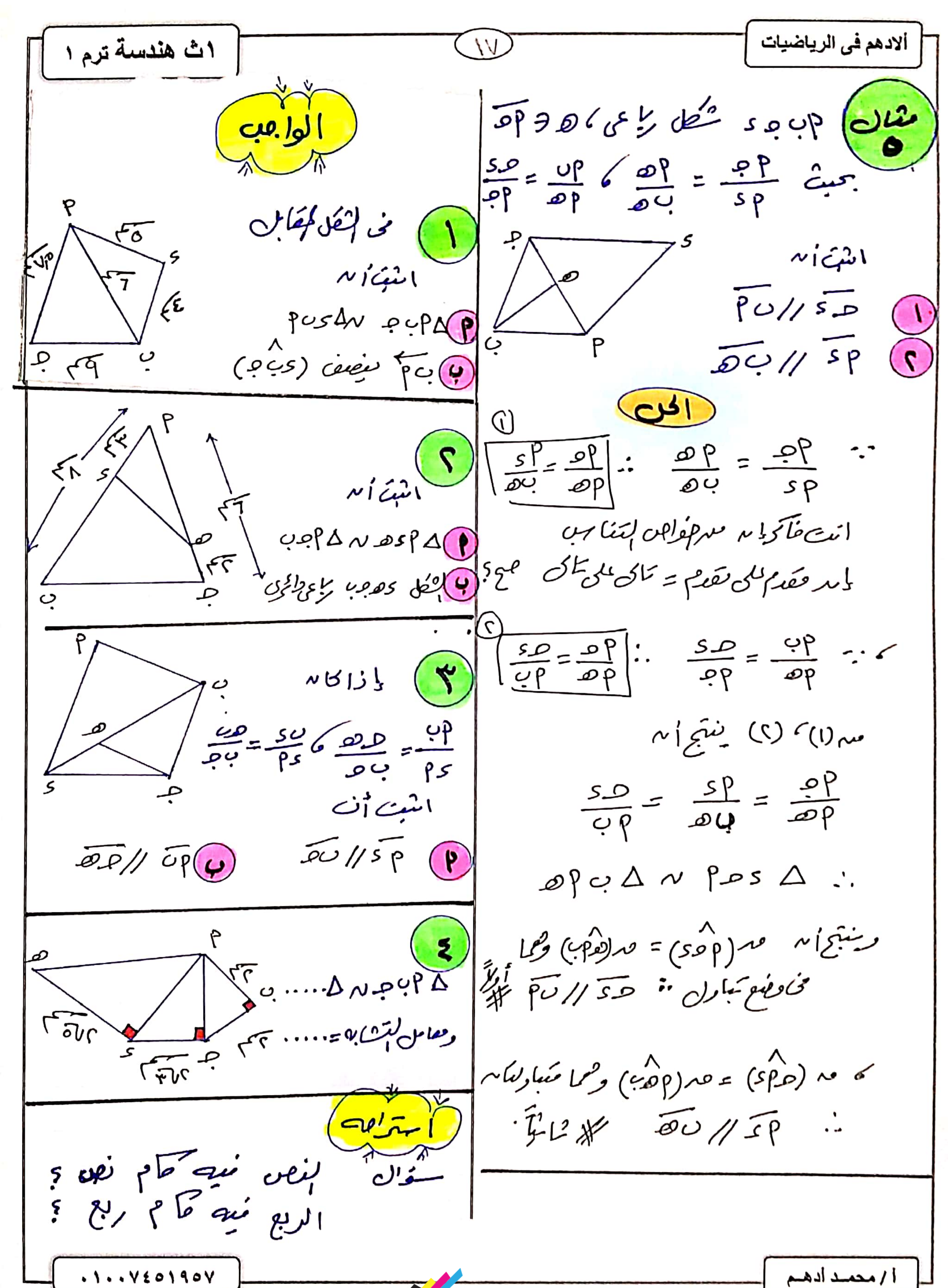
في $\triangle$ أبجـ الأضلاع تكون متساوية الساقين

∴ $أجـ = بجـ = ٢٠$ سم

∴ $صجـ = ٢٠ - ٩ = ١١$ سم

(يا عبادي إنكم تخطئون في الليل و النهار وأنا أغفر الذنوب جميعاً فاستغفروني أغفر لكم) صحيح مسلم

استغفر الله العظيم



مثال ٥

أ ب جـ د شكل رباعى ، هـ ∈ $\overline{أ جـ}$

بحيث $\frac{أ جـ}{أ د} = \frac{أ هـ}{ب هـ}$ ، $\frac{أ ب}{أ هـ} = \frac{جـ د}{جـ أ}$

اثبت أن

١) $\overline{جـ د} // \overline{أ ب}$

٢) $\overline{أ د} // \overline{ب هـ}$

الحل

(١) ∵ $\frac{أ جـ}{أ د} = \frac{أ هـ}{ب هـ}$ ∴ $\frac{أ جـ}{أ هـ} = \frac{أ د}{ب هـ}$

انت فاكر إن من خواص التناسب

إن مقدم على مقدم = تالى على تالى صح؟

(٢) ، ∵ $\frac{أ ب}{أ هـ} = \frac{جـ د}{جـ أ}$ ∴ $\frac{أ جـ}{أ هـ} = \frac{جـ د}{أ ب}$

من (١) ، (٢) ينتج أن

$\frac{أ جـ}{أ هـ} = \frac{أ د}{ب هـ} = \frac{جـ د}{أ ب}$

∴ Δ د جـ أ ~ Δ ب أ هـ

وينتج أن ق(∠ أ جـ د) = ق(∠ هـ أ ب) وهما فى وضع تبادل ∴ $\overline{جـ د} // \overline{أ ب}$ أولاً

، ق(∠ جـ أ د) = ق(∠ أ هـ ب) وهما متبادلتان ∴ $\overline{أ د} // \overline{ب هـ}$ ثانياً

الواجب

١) فى الشكل المقابل

اثبت أن

أ) Δ أ ب جـ ~ Δ د ب أ

ب) $\overrightarrow{ب أ}$ ينصف ∠ د ب جـ

٢) اثبت أن

أ) Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب

ب) الشكل د هـ جـ ب رباعى دائرى

٣) إذا كان $\frac{أ ب}{أ د} = \frac{جـ هـ}{ب هـ}$ ، $\frac{ب د}{أ د} = \frac{جـ ب}{ب جـ}$

اثبت أن

أ) $\overline{أ د} // \overline{ب هـ}$

ب) $\overline{أ ب} // \overline{جـ هـ}$

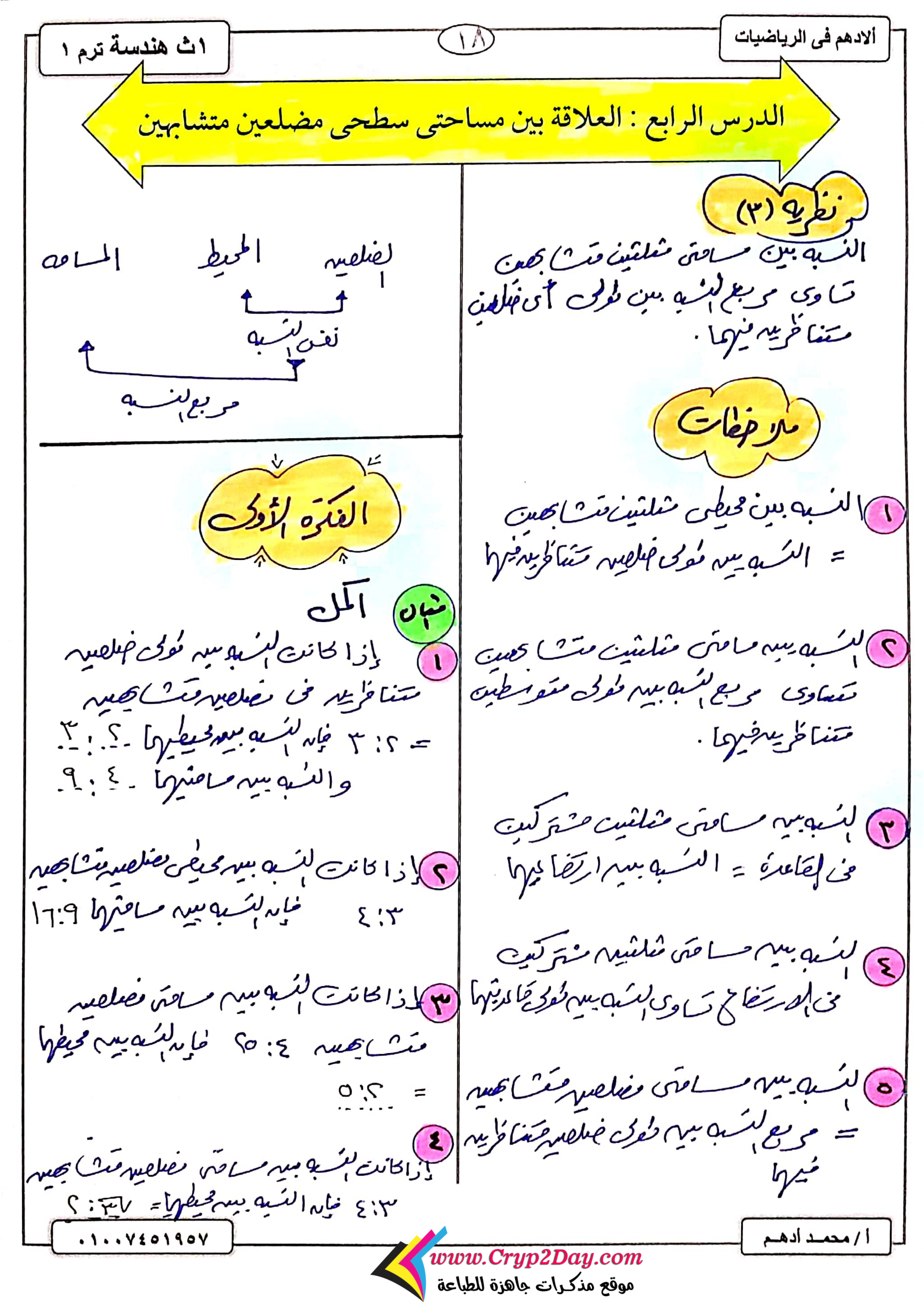
٤) Δ أ ب جـ ~ Δ ...... ب

ومعامل التشابه = ...

استراحة

سؤال: النص فيه كام نص ؟

الربع فيه كام ربع ؟



الدرس الرابع : العلاقة بين مساحتي سطحي مضلعين متشابهين

نظرية (٣)

النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين فيهما.

ملاحظات

١) النسبة بين محيطي مثلثين متشابهين = النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما

٢) النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين تتساوى مربع النسبة بين طولي متوسطين متناظرين فيهما.

٣) النسبة بين مساحتي مثلثين مشتركين في القاعدة = النسبة بين ارتفاعيهما

٤) النسبة بين مساحتي مثلثين مشتركين في الارتفاع تساوي النسبة بين طولي قاعدتيهما

٥) النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين = مربع النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما

الفكرة الأولى

تمارين أكمل

١) إذا كانت النسبة بين طولي ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين = ٢ : ٣ فإن النسبة بين محيطيهما ...٢ : ٣... والنسبة بين مساحتيهما ...٤ : ٩...

٢) إذا كانت النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين ٣ : ٤ فإن النسبة بين مساحتيهما ٩ : ١٦

٣) إذا كانت النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين ٤ : ٢٥ فإن النسبة بين محيطيهما = ...٢ : ٥...

٤) إذا كانت النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين ٣ : ٤ فإن النسبة بين محيطيهما = $\sqrt{٣}$: ٢

مثال ٢

إذا كان المضلع أ ب جـ د ~ المضلع أَ بَ جَ دَ ، $\frac{أب}{أَبَ} = \frac{١}{٣}$

فإن $\frac{م(\text{المضلع أ ب جـ د})}{م(\text{المضلع أَ بَ جَ دَ})} = (\frac{١}{٣})^٢ = \frac{١}{٩}$

$\frac{\text{محيط المضلع أ ب جـ د}}{\text{محيط المضلع أَ بَ جَ دَ}} = \frac{١}{٣}$

مثال ٣

إذا كان طولا ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين هما ١٢ سم ، ١٦ سم وكانت مساحة المضلع الأصغر = ١٣٥ سم² فأوجد مساحة المضلع الأكبر

الحل

∵ $\frac{م(\text{المضلع الأصغر})}{م(\text{المضلع الأكبر})} = (\frac{١٢}{١٦})^٢ = \frac{٩}{١٦}$

∴ $\frac{١٣٥}{م(\text{الأكبر})} = \frac{٩}{١٦}$

∴ مساحة المضلع الأكبر = ٢٤٠ سم²

تدريب

إذا كان طولا ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين ٣ : ٢ وكانت مساحة الأكبر ٩٠ سم² فأوجد مساحة الأصغر.

مثال ٤

مضلعان متشابهان مساحتاهما ١٠٠ سم² ، ٦٤ سم² ، فإذا كان محيط الأول = ٦٠ سم فأوجد محيط الثاني

الحل

∵ $\frac{\text{مساحة المضلع الأول}}{\text{مساحة المضلع الثاني}} = \frac{١٠٠}{٦٤}$

∴ $\frac{\text{محيط الأول}}{\text{محيط الثاني}} = \frac{١٠}{٨}$

∴ $\frac{٦٠}{\text{محيط الثاني}} = \frac{١٠}{٨}$

∴ محيط المضلع الثاني = $\frac{٦٠ \times ٨}{١٠}$ = ٤٨ سم

مثال ٥

مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٣ : ٢ ومجموع مساحتيهما ١٣٠ سم² أوجد مساحة كل منهما

الحل

∵ $\frac{\text{مساحة الأول}}{\text{مساحة الثاني}} = (\frac{٣}{٢})^٢ = \frac{٩}{٤}$

ونفرض أن مساحة الأول ٩س والثاني ٤س

∴ مجموع مساحتيهما ١٣س = ١٣٠

∴ س = ١٠

∴ مساحة المضلع الأول = ٩ × ١٠ = ٩٠ سم²

، مساحة المضلع الثاني = ٤ × ١٠ = ٤٠ سم²

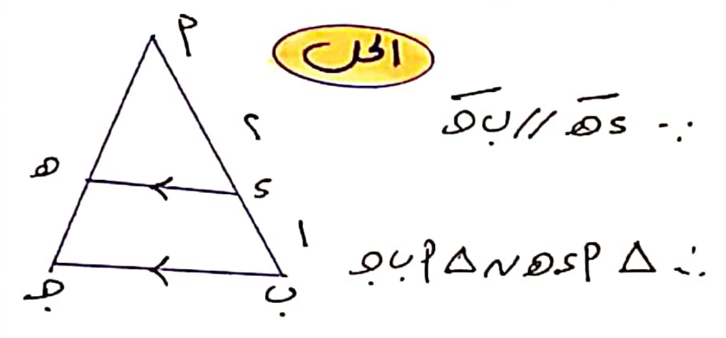
تدريب مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان الفرق بين مساحتيهما ٨٠ سم² فأوجد مساحة كل منهما

الحل

الفكرة الثانية

مثال ٦ ا ب جـ مثلث فيه د ∈ $\overline{اب}$ بحيث ا د = ٢ ب د ، هـ ∈ $\overline{اجـ}$ حيث $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$ إذا كانت مساحة △ ا د هـ = ٦٠ سم² أوجد مساحة شبه المنحرف د ب جـ هـ

الحل



∵ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$

∴ △ ا د هـ ~ △ ا ب جـ

∵ النسبة ا د : ا ب = ٢ : ٣

∴ النسبة بين مساحة △ ا د هـ : مساحة △ ا ب جـ

= ٤ : ٩

نفرض أن مساحة △ ا د هـ = ٤ س

، مساحة △ ا ب جـ = ٩ س

∴ ٤ س = ٦٠ ∴ س = ١٥

∴ مساحة △ ا ب جـ = ١٥ × ٩ = ١٣٥ سم²

∴ م △ ا د هـ = ٦٠ سم²

∴ مساحة شبه المنحرف (د ب جـ هـ)

= ١٣٥ − ٦٠ = ٧٥ سم²

مثال ٧ ا ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة بحيث $\frac{اب}{اجـ} = \frac{٥}{٣}$ ، رسم $\overleftrightarrow{اد}$ مماساً للدائرة عند ا قطع $\overleftarrow{بجـ}$ فى د

أوجد م (△ ا د جـ) : م (△ ا ب جـ)

الحل

△△ ا د جـ ، ب د ا

ق(د) مشتركة

ق(∠ د ا جـ) = ق(∠ ب) [مماسية ومحيطية مشتركتان فى ا جـ]

∴ △ ا د جـ ~ △ ب د ا

∴ $\frac{م(\triangle اد جـ)}{م(\triangle ب د ا)} = \left(\frac{اجـ}{ا ب}\right)^2 = \frac{٩}{٢٥}$

∴ $\frac{م(\triangle ادجـ)}{م(\triangle ا ب جـ) + م(\triangle ادجـ)} = \frac{٩}{٢٥}$

∴ ٢٥ م(△ ا د جـ) = ٩ م(△ ا ب جـ) + ٩ م(△ ا د جـ)

٢٥ م(△ ا د جـ) − ٩ م(△ ا د جـ) = ٩ م(△ ا ب جـ)

١٦ م(△ ا د جـ) = ٩ م(△ ا ب جـ)

∴ $\frac{م(\triangle ادجـ)}{م(\triangle ا ب جـ)} = \frac{٩}{١٦}$

مثال ٨

في الشكل المقابل

ا ب جـ د متوازي أضلاع ، هـ ∈ $\overline{اب}$ حيث $\frac{اهـ}{هـب} = \frac{3}{2}$ ، $\overrightarrow{دهـ} \cap \overrightarrow{جـب} = \{و\}$

(١) اثبت أن Δ د جـ و ~ Δ هـ ا د

(٢) أوجد $\frac{م(Δ د جـ و)}{م(Δ هـ ا د)}$

الحل

∵ $\overline{وجـ} \parallel \overline{اد}$ ، $\overleftrightarrow{دو}$ قاطع لهما

∴ ق(∠و) = ق(∠ا د هـ) (بالتبادل)

، ∵ ق(∠جـ) = ق(∠ا) من خواص متوازي الأضلاع

∴ Δ د جـ و ~ Δ هـ ا د أولاً #

∵ $\frac{م(Δ د جـ و)}{م(Δ هـ ا د)} = \left(\frac{د جـ}{هـ ا}\right)^2 = \left(\frac{ا ب}{ا هـ}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

مثال ٩

ا ب جـ د متوازي أضلاع

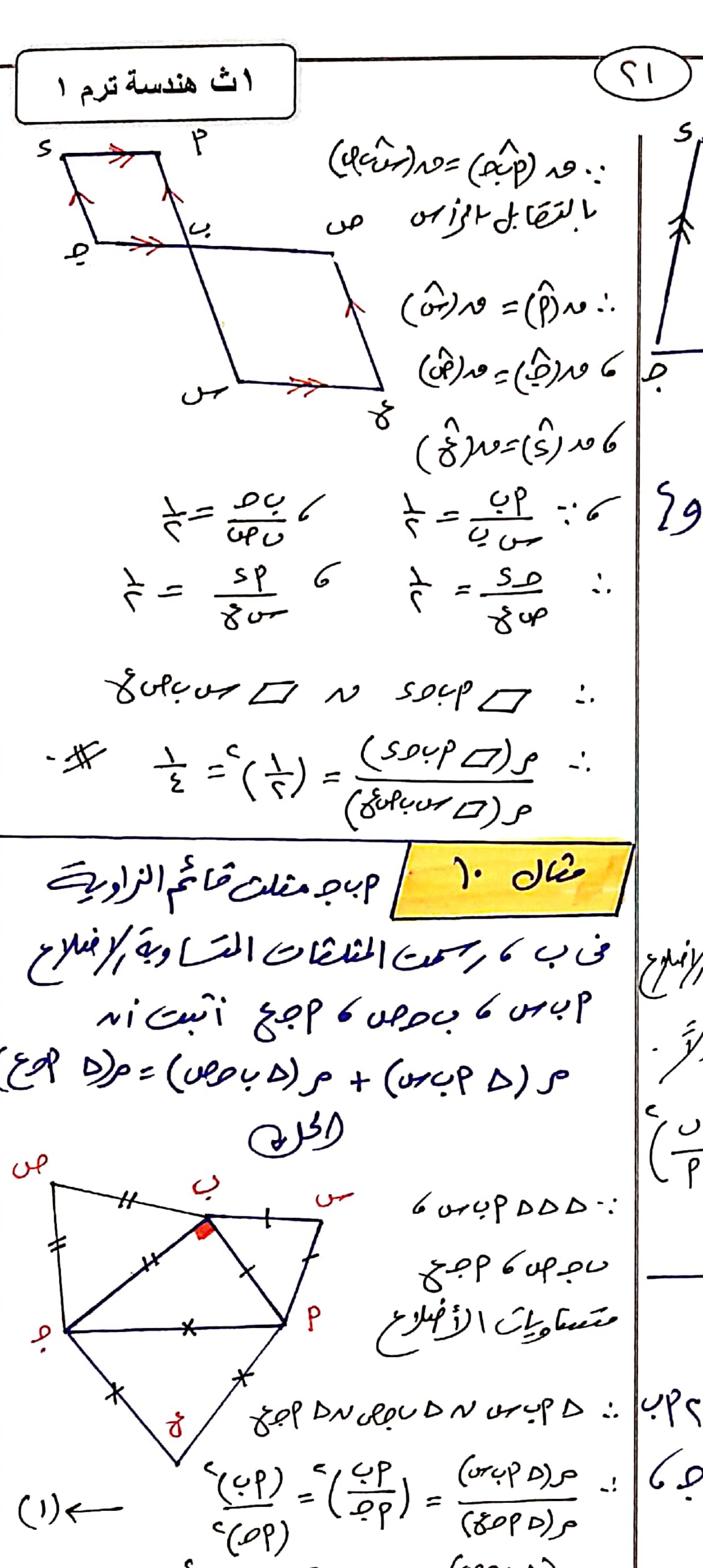
س ∈ $\overrightarrow{با}$ ، س ∉ $\overline{اب}$ حيث ب س = ٢ ا ب

، ص ∈ $\overrightarrow{جـب}$ ، ص ∉ $\overline{جـب}$ حيث ب ص = ٢ ب جـ ،

ارسم متوازي الأضلاع ب س ع ص

اثبت أن $\frac{م(▱ ا ب جـ د)}{م(▱ س ب ص ع)} = \frac{1}{4}$

الحل



∵ ق(∠ا ب جـ) = ق(∠س ب ص) بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠ا) = ق(∠س)

، ق(∠جـ) = ق(∠ص)

، ق(∠د) = ق(∠ع)

، ∵ $\frac{ا ب}{س ب} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{جـ ب}{ب ص} = \frac{1}{2}$

∴ $\frac{د جـ}{ص ع} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{ا د}{س ع} = \frac{1}{2}$

∴ ▱ ا ب جـ د ~ ▱ س ب ص ع

∴ $\frac{م(▱ ا ب جـ د)}{م(▱ س ب ص ع)} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ #

مثال ١٠

ا ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، رسمت المثلثات المتساوية الأضلاع ا ب س ، ب جـ ص ، ا جـ ع اثبت أن

م(Δ ا ب س) + م(Δ ب جـ ص) = م(Δ ا جـ ع)

الحل

∵ ΔΔΔ ا ب س ، ب جـ ص ، ا جـ ع متساويات الأضلاع

∴ Δ ا ب س ~ Δ ب جـ ص ~ Δ ا جـ ع

∴ $\frac{م(Δ ا ب س)}{م(Δ ا جـ ع)} = \left(\frac{ا ب}{ا جـ}\right)^2 = \frac{(ا ب)^2}{(ا جـ)^2}$ ← (١)

، $\frac{م(Δ ب جـ ص)}{م(Δ ا جـ ع)} = \left(\frac{ب جـ}{ا جـ}\right)^2 = \frac{(ب جـ)^2}{(ا جـ)^2}$ ← (٢)

بجمع (١) ، (٢) ∴ $\frac{م(Δ ا ب س) + م(Δ ب جـ ص)}{م(Δ ا جـ ع)} = \frac{(ا جـ)^2}{(ا جـ)^2}$

∴ م(Δ ا ب س) + م(Δ ب جـ ص) = م(Δ ا جـ ع) #

اختر

(١) في الشكل المقابل

$\frac{م(\triangle أ ب هـ)}{م(\triangle جـ د هـ)} = \ldots\ldots$

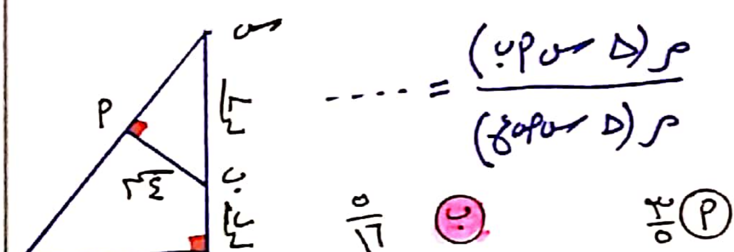
(أ) $\frac{٩}{٤٩}$ (ب) $\frac{٢٥}{٤٩}$ (جـ) $\frac{٩}{٢٥}$ (د) $\frac{١٦}{٤٩}$

$= \left(\frac{ب هـ}{د هـ}\right)^٢ = \frac{(ب هـ)^٢}{٤٩}$ في △ أ ب هـ

ب هـ $= \sqrt{٢٥ - ٩} = ١٦$

$= \frac{١٦}{٤٩}$

(٢) في الشكل



$\frac{م(\triangle س أ ب)}{م(\triangle س ص ع)} = \ldots\ldots$

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{١٦}$

(جـ) $\frac{٩}{٢٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$

$\left(\frac{س أ}{س ص}\right)^٢ = \left(\frac{أ ب}{ص ع}\right)^٢ = \left(\frac{س ب}{س ع}\right)^٢$

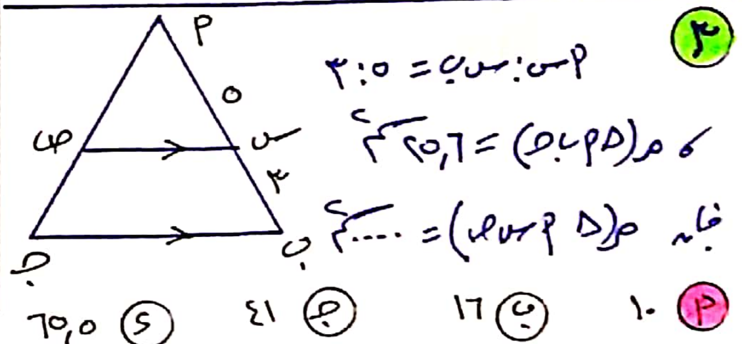
س أ $= \sqrt{٣٦ - ١٦} = \sqrt{٢٠}$ ، س ص $= ٨$

$= \left(\frac{\sqrt{٢٠}}{٨}\right)^٢ = \frac{٢٠}{٦٤} = \frac{٥}{١٦}$

(٣) أ س : س ب $= ٥ : ٣$

، م(△ أ ب جـ) $= ٢٥,٦$ سم²

فإن م(△ أ س ص) $=$ ...... سم²



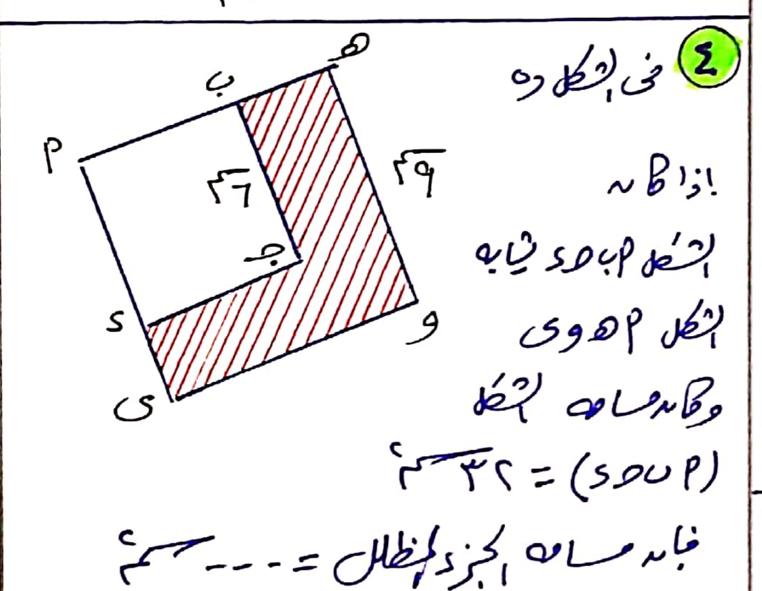
(أ) ١٠ (ب) ١٦ (جـ) ٤١ (د) ٦٥,٥

$\frac{م(\triangle أ س ص)}{م(\triangle أ ب جـ)} = \left(\frac{أ س}{أ ب}\right)^٢ = \left(\frac{٥}{٨}\right)^٢ = \frac{٢٥}{٦٤}$

$\therefore \frac{م(\triangle أ س ص)}{٢٥,٦} = \frac{٢٥}{٦٤}$

$\therefore م(\triangle أ س ص) = \frac{٢٥ \times ٢٥,٦}{٦٤} = ١٠$

(٤) في الشكل



إذا كان الشكل أ ب جـ د ~ الشكل أ هـ و ى وكان مساحة الشكل (أ ب جـ د) $= ٣٢$ سم²

فإن مساحة الجزء المظلل $=$ ...... سم²

(أ) ٧٢ (ب) ٤٨ (جـ) ٤٠ (د) ١٦

$\frac{م(أ ب جـ د)}{م(أ هـ و ى)} = \left(\frac{٦}{٩}\right)^٢ = \frac{٤}{٩}$

$\frac{٣٢}{م(أ هـ و ى)} = \frac{٤}{٩}$

$\therefore$ م(أ هـ و ى) $= ٧٢$ سم²

$\therefore$ مساحة الجزء المظلل $= ٧٢ - ٣٢ = ٤٠$ سم²



الواجب

١) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٤ : ٩ فإن النسبة بين مساحتيهما ......:......

٢) إذا كانت النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين ١ : ٩ فإن النسبة بين محيطيهما ......:......

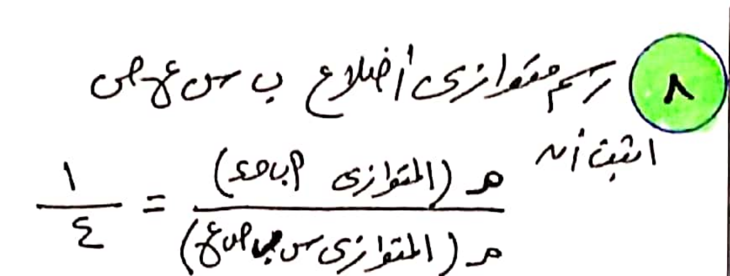
٣) إذا كانت النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين ٩ : ١٦ وكان محيط الأكبر = ٢٠ سم فإن محيط الأصغر = ...

٤) إذا كانت النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين ١ : ٤ ، ومساحة المضلع الأول ٢٥ سم² فأوجد مساحة المضلع الثاني.

٥) مضلعان متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين ٥ : ٣ إذا كان الفرق بين مساحتيهما ٣٢ سم² فأوجد مساحة كل منهما.

٦) مضلعان متشابهان مساحتيهما ١٠٠ سم² ، ٦٤ سم² فإذا كان محيط الأول ٦٠ سم فأوجد محيط الثاني.

٧) أ ب جـ د ▱ ، س ∈ أ د→ حيث س ∉ أ د ، ب س = ٢ أ د ، ص ∈ جـ د→ ، ص ∉ جـ د حيث ب ص = ٢ ب جـ



٨) ارسم متوازي أضلاع ب س ع ص أثبت أن

$$\frac{\text{م (المتوازي أ ب جـ د)}}{\text{م (المتوازي س ص ع ل)}} = \frac{1}{4}$$

٩) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب رسمت المثلثات المتساوية الأضلاع أ ب س ، ب جـ ص ، أ جـ ع أثبت أن م (△ أ ب س) + م (△ ب جـ ص) = م (△ أ جـ ع)

١٠) △ أ ب جـ فيه $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{4}{3}$ ، رسمت الدائرة المارة برؤوسه ومن نقطة ب رسم المماس لهذه الدائرة فقطع جـ أ→ في هـ أثبت أن

$$\frac{\text{م (△ أ ب جـ)}}{\text{م (△ أ ب هـ)}} = \frac{7}{16}$$

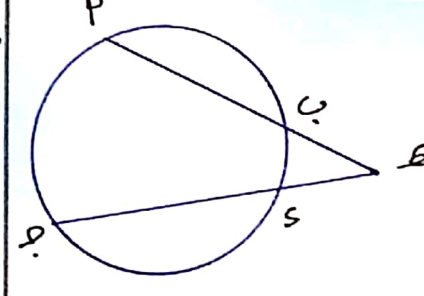
١١) في الشكل المقابل أوجد $\frac{\text{م (△ أ س ص)}}{\text{م (△ أ جـ ب)}}$

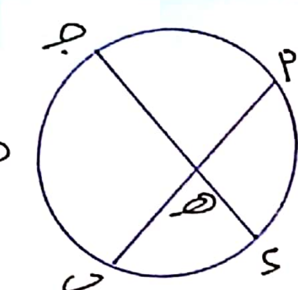
(الشكل: أ ، ب ، جـ ، س ، ص ؛ ٤ سم ، ٦ سم ، ٥ سم ، ٣ سم)



الدرس الخامس : تطبيقات التشابة فى الدائرة

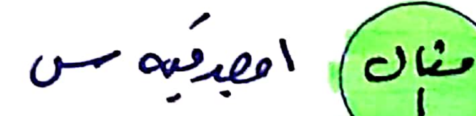






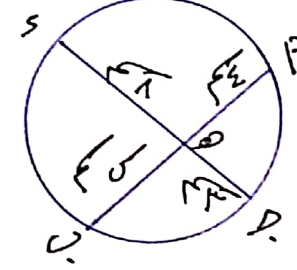
علشان متنساش ابدأ من نقطة التقاطع

هـ أ × هـ ب = هـ ء × هـ جـ




مثال ١ أوجد قيمة س

١



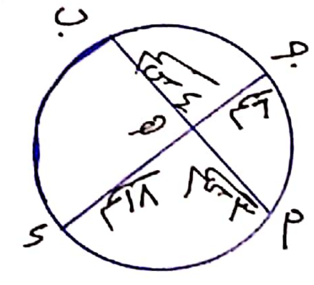
∵ هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء

٤ × س = ٣ × ٨

∴ ٤ س = ٢٤

∴ س = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦ سم

٢



∵ هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء

٣ س × ٤ س = ٦ × ١٨

∴ ١٢ س^٢ = ١٠٨

∴ س^٢ = $\frac{١٠٨}{١٢}$ = ٩

∴ س = $\sqrt{٩}$ = ٣

٣

∵ هـ ب × هـ أ = هـ ء × هـ جـ

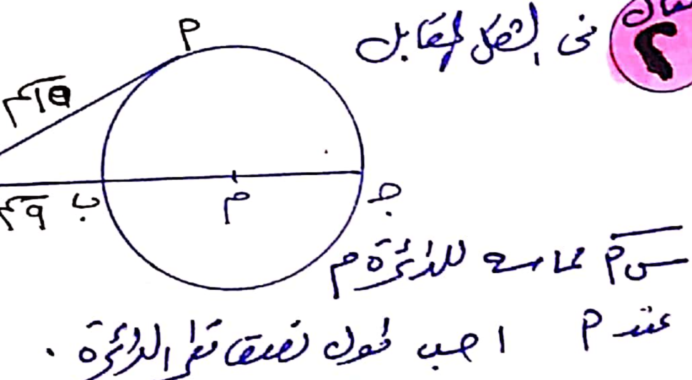
٥ × ١٢ = ٦ × هـ جـ

∴ هـ جـ = $\frac{٥ × ١٢}{٦}$ = ١٠

∴ ء جـ = ١٠ - ٦ = ٤ سم

∴ س = ٤ سم

مثال ٢ فى الشكل المقابل



س أ مماس للدائرة م عند أ احسب طول نصف قطر الدائرة.



∵ س ب × س جـ = (س أ)^٢

٩ × س جـ = (١٥)^٢

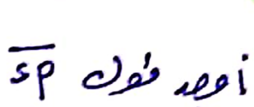
∴ س جـ = $\frac{(١٥)^٢}{٩}$ = ٢٥

∴ ب جـ = ٢٥ - ٩ = ١٦ سم

∴ نق = $\frac{١٦}{٢}$ = ٨ سم

مثال ٣

في الشكل المقابل



أوجد طول $\overline{أد}$

الحل

نفرض أن أ ج = س ∴ ج د = س

∴ أ د = ٢ س

∵ أ ج × أ د = $(أ ب)^2$

س × ٢ س = $(5\sqrt{2})^2$

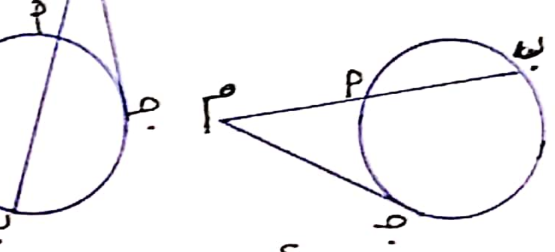
٢ $س^2$ = ٥٠ ∴ $س^2 = \frac{50}{2}$

∴ $س^2$ = ٢٥ ∴ س = ٥

∴ أ د = ٢ × ٥ = ١٠ سم

نتيجة (١)

إذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس فإن حاصل ضرب طول القاطع في طول جزئه الخارجي = مربع طول المماس



م أ × م ب = $(م ج)^2$ م أ × م ب = $(م ج)^2$

عكس التمرين المشهور

إذا تقاطع المستقيمان الحاويان $\overline{أب}$، $\overline{جد}$ في نقطة م وكان م أ . م ب = م ج . م د فإن النقط أ، ب، ج، د تقع على دائرة واحدة

* وكذلك عكس النتيجة

إذا كان $(م ج)^2$ = م أ . م ب فإن $\overleftrightarrow{م ج}$ مماس للدائرة المارة بالمثلث أ ب ج عند ج

مثال ٤

أثبت أن أ، ب، ج، د تقع على دائرة واحدة.

الحل

هـ أ × هـ ج = ٦ × ٧ = ٤٢

هـ ب × هـ د = ٥ × ٨٫٤ = ٤٢

∵ $\overline{أج} \cap \overline{بد}$ = {هـ}

، هـ أ × هـ ج = هـ ب × هـ د

∴ النقط أ، ب، ج، د تقع على دائرة واحدة

مثال ٥

Δ أ ب ج فيه أ ج = ٩ سم، ب ج = ١٢ سم، أخذت د ∈ $\overline{أج}$ بحيث أ د = ٥ سم، أخذت هـ ∈ $\overline{بج}$ بحيث $\frac{ب هـ}{هـ ج}$ = ٣

اثبت أن الشكل أ ب هـ د رباعي دائري

الحل

∵ جـ د = ٩ − ٥ = ٤ سم

∴ جـ د × جـ أ = ٤ × ٩ = ٣٦

∵ ب هـ = ٣ جـ هـ ∴ ب جـ = ٤ جـ هـ

∴ جـ هـ = $\frac{١٢}{٤}$ = ٣ سم

∴ جـ هـ × جـ ب = ٣ × ١٢ = ٣٦

∴ جـ د × جـ أ = جـ هـ × جـ ب

∴ الشكل أ ب هـ د رباعي دائري

مثال ٦

في الشكل المقابل

اثبت أن

أب مماسة للدائرة

المارة بـ ب ، جـ ، د

الحل

∵ $(أب)^2 = (٦)^2 = ٣٦$

، ∵ أجـ × أد = ٤ × ٩ = ٣٦

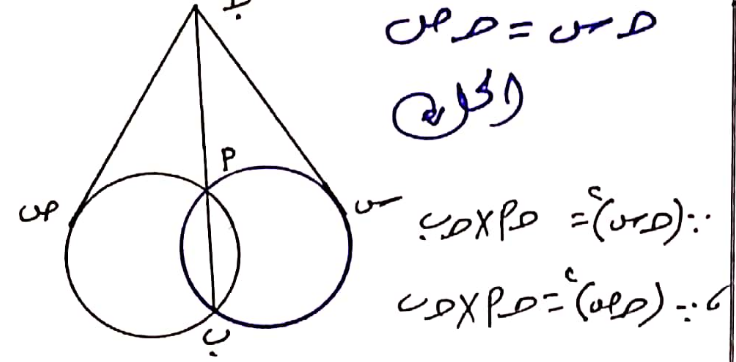
∴ $(أب)^2$ = أجـ × أد

∴ أب مماس للدائرة المارة بالنقط ب ، جـ ، د

مثال (٧)

دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، جـ ∈ أب ، جـ ∉ أب ، رسم من جـ القطعتان جـ س ، جـ ص مماستين للدائرتين عند س ، ص اثبت أن جـ س = جـ ص

الحل



∵ $(جـ س)^2$ = جـ أ × جـ ب

، ∵ $(جـ ص)^2$ = جـ أ × جـ ب

∴ جـ س = جـ ص #.

مثال (٨)

معطيات الشكل

اثبت أن ب منتصف أجـ

الحل

في الدائرة م : $(أب)^2$ = أو × أهـ = ٤ × ٩ = ٣٦

∴ أب = ٦ سم ← (١)

في الدائرة ن : $(أجـ)^2$ = أهـ × أد = ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ أجـ = ١٢ سم ← (٢)

من ١ ، ٢ ∴ أب = $\frac{١}{٢}$ أجـ

∴ ب منتصف أجـ #.

مثال ٩

أ ب جـ مثلث فيه د ∈ ب جـ حيث د ب = ٥ سم ، د جـ = ٤ سم فإذا كان أ جـ = ٦ سم

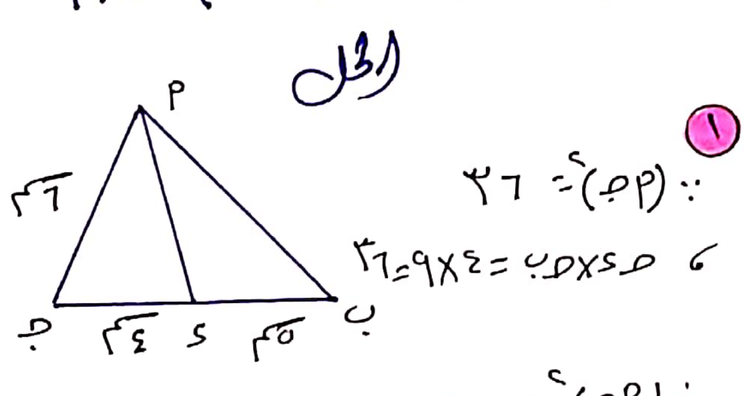
اثبت أن

① أجـ مماسة للدائرة التي تمر بالنقط أ ، ب ، د

② Δ أجـد ~ Δ ب جـ أ

③ م(Δ أ ب د) : م(Δ أ ب جـ) = ٥ : ٩

الحل



①
∵ (أجـ)² = ٣٦

، جـد × جـب = ٤ × ٩ = ٣٦

∴ (أجـ)² = جـد × جـب

∴ أجـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، د # أولاً

② ∵ Δ Δ أجـد ، ب جـ أ

فيهما { (جـ^) مشترك
، ق(د أ^ جـ) = ق(ب^) محيطية ومماسية مشتركتان في أد }

∴ Δ أجـد ~ Δ ب جـ أ # ثانياً

③ ∵ $\frac{م(Δ أجـد)}{م(Δ ب جـ أ)} = \left(\frac{جـد}{جـأ}\right)^2 = \left(\frac{٤}{٦}\right)^2 = \frac{٤}{٩}$

∴ م(Δ أجـد) = ٤س ، م(Δ أبجـ) = ٩س

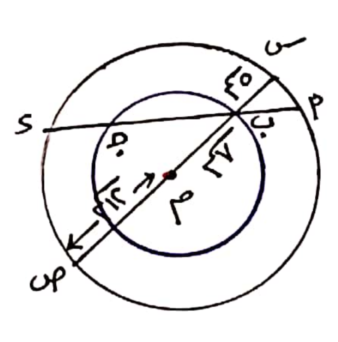
∴ م(Δ أبد) = ٥س

∴ $\frac{م(Δ أبد)}{م(Δ أبجـ)} = \frac{٥س}{٩س} = \frac{٥}{٩}$ # ثالثاً

مثال ١٠

دائرتان متحدتا المركز م طولا نصفي قطريهما ١٢ سم ، ٧ سم ، رسم الوتر أد في الدائرة الكبرى ليقطع الدائرة الصغرى في ب ، جـ على الترتيب. اثبت أن أب × ب د = ٩٥

الحل



العمل: نرسم القطر س ص في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في ب

البرهان

∵ أد ∩ س ص = {ب}

∴ أب × ب د = س ب × ب ص = ٥ × ١٩ = ٩٥ #

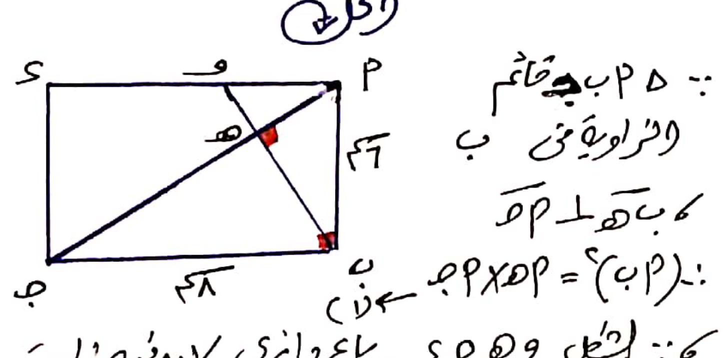
مثال ١١

أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، رسم ب هـ ⊥ أجـ يقطع أجـ في هـ ، أد في و

① اثبت أن (أب)² = أو × أد

② أوجد طول أو

الحل



∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، ب هـ ⊥ أجـ

∴ (أب)² = أهـ × أجـ ← (١)

، ∵ الشكل و هـ جـ د رباعي دائري لأن فيه زاويتين متقابلتين متكاملتين.

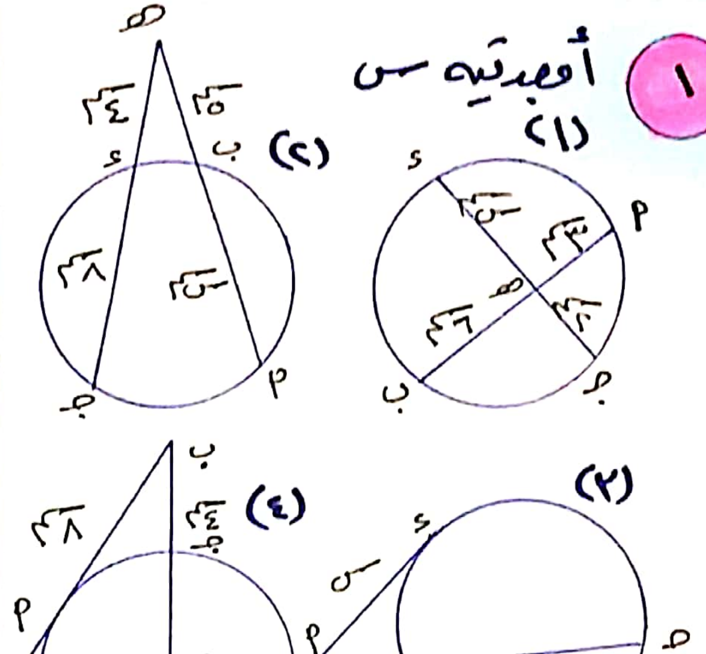
∴ أو × أد = أهـ × أجـ ← (٢)

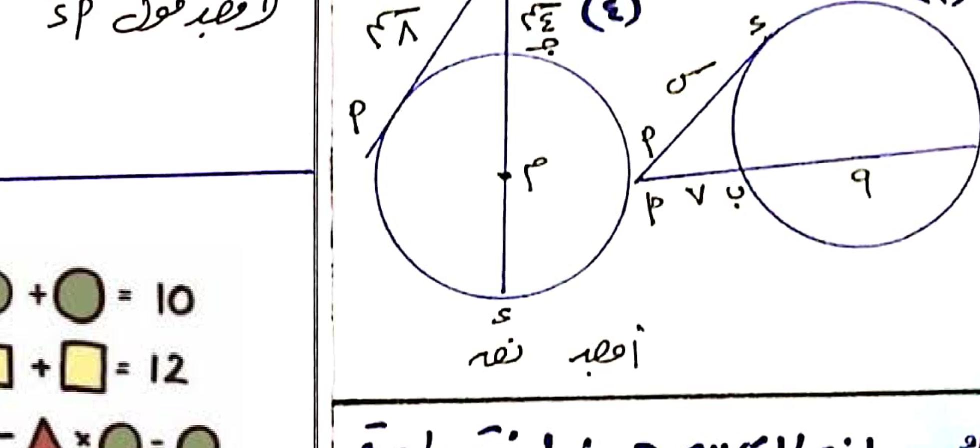
من ① ، ② ∴ (أب)² = أو × أد # أولاً

٣٦ = أو × ٨ ∴ أو = ٤,٥

الواجب

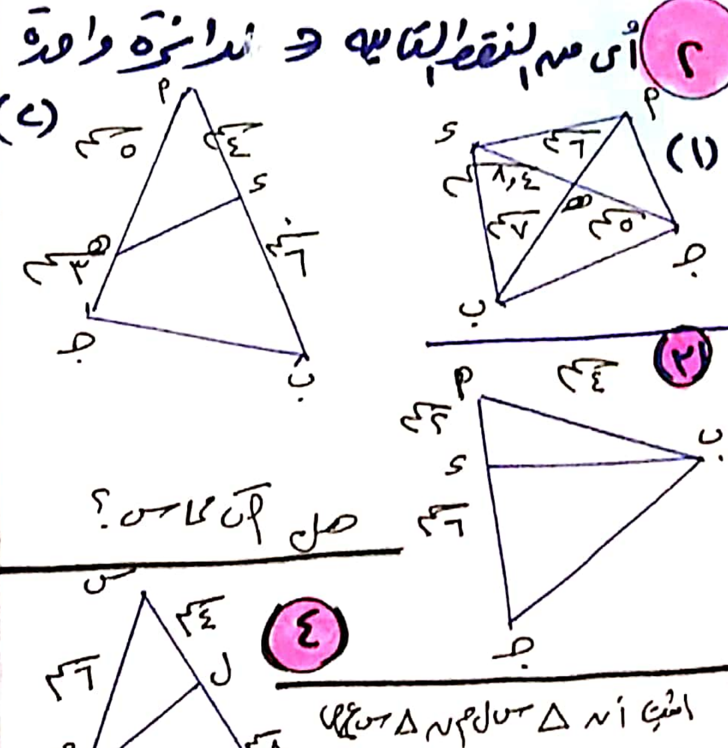
١ أوجد قيمة س





أوجد نق

٢ أى من النقط التالية تمر بدائرة واحدة

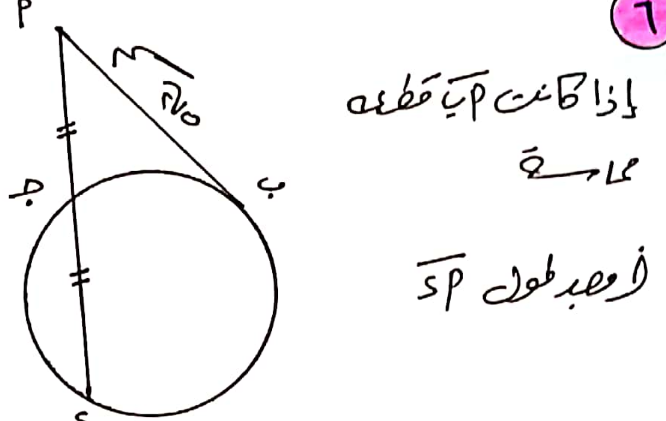


٣ هل أب مماس ؟

٤ اثبت أن △ س ل م ~ △ س ع ص
اثبت أن الشكل ل م ع ص رباعى دائرى
بطريقتين مختلفتين

٥ $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـ د} = \{هـ\}$ ، أ هـ = $\frac{٥}{١٢}$ ب هـ ، د هـ = $\frac{٣}{٥}$ هـ جـ ، إذا كان ب هـ = ٣٦ سم ، جـ هـ = ٥٠ سم اثبت أن النقط أ ، ب ، جـ ، د تقع على دائرة واحدة .

٦ إذا كانت أب قطعة مماسة
أوجد طول أ د





واحد بخيل بياكل فستق
مراته قالتله .. أكلني معاك .. اداها واحده
بعد شوية قالتله .. هات واحده كمان



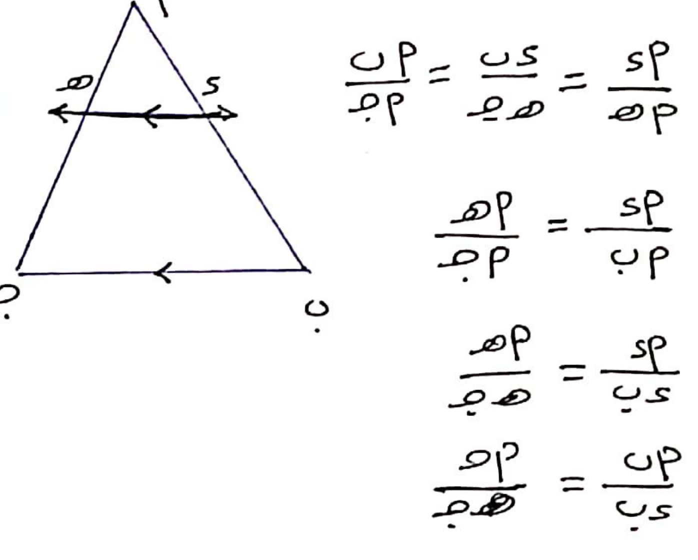
قالها : والله العظيم كله نفس الطعم

الوحدة الثانية

الدرس الأول : المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

نظرية (١)

إذا رسم مستقيم يوازى أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين فإنه يقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة.



$\frac{أد}{أهـ} = \frac{دب}{هـج} = \frac{أب}{أج}$

$\frac{أد}{أب} = \frac{أهـ}{أج}$

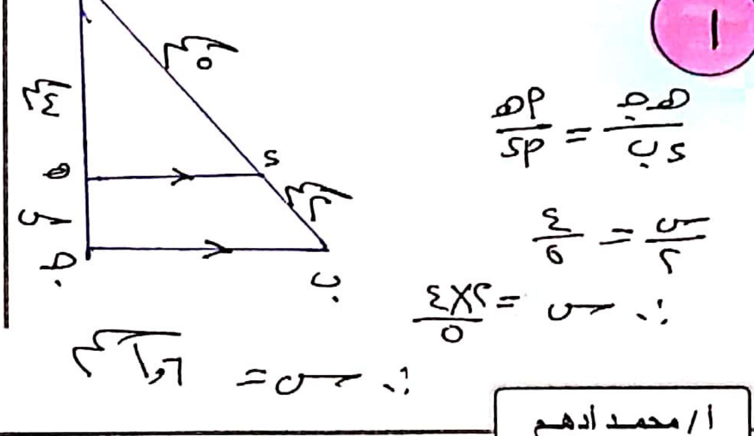
$\frac{أد}{دب} = \frac{أهـ}{هـج}$

$\frac{أب}{دب} = \frac{أج}{هـج}$

مثال ١

فى كل من الأشكال التالية $\overline{دهـ} // \overline{بج}$ أوجد قيمة س العددية

(١)



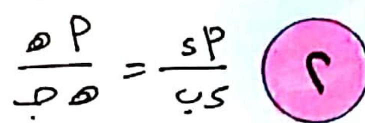
$\frac{هـج}{دب} = \frac{أهـ}{أد}$

$\frac{س}{٢} = \frac{٤}{٥}$

∴ $س = \frac{٢ \times ٤}{٥}$

∴ س = ١٫٦ سم

(٢)

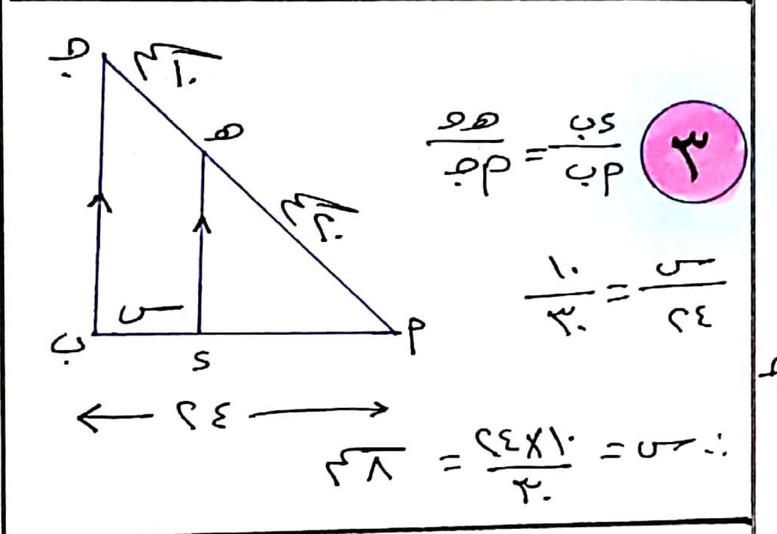


$\frac{أد}{دب} = \frac{أهـ}{هـج}$

$\frac{س}{١٠} = \frac{١٢}{٨}$

∴ $س = \frac{١٢ \times ١٠}{٨} = ١٥$ سم

(٣)



$\frac{دب}{أب} = \frac{هـج}{أج}$

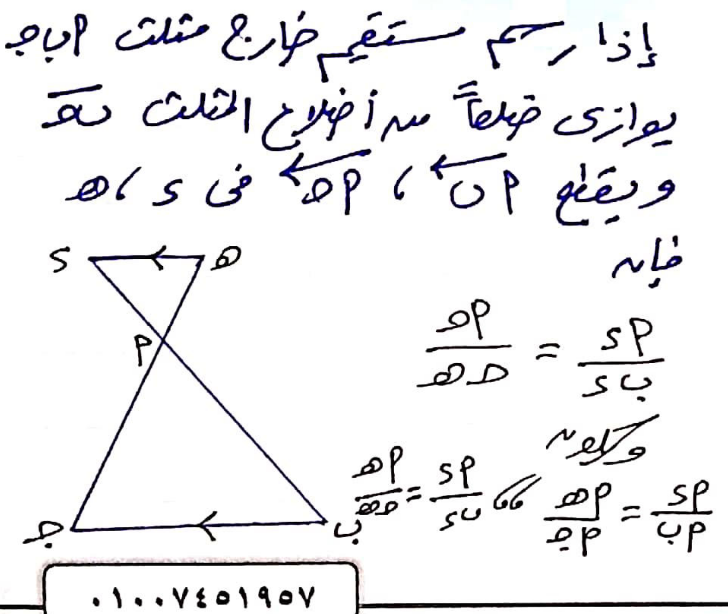
$\frac{س}{٢٤} = \frac{١٠}{٣٠}$

∴ $س = \frac{١٠ \times ٢٤}{٣٠} = ٨$ سم



نتيجة

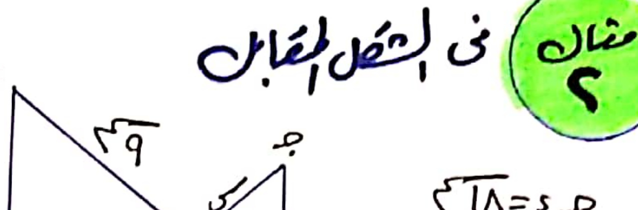
إذا رسم مستقيم خارج مثلث أ ب ج يوازى ضلعاً من أضلاع المثلث $\overline{بج}$ ويقطع $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{أج}$ فى د ، هـ فإنه



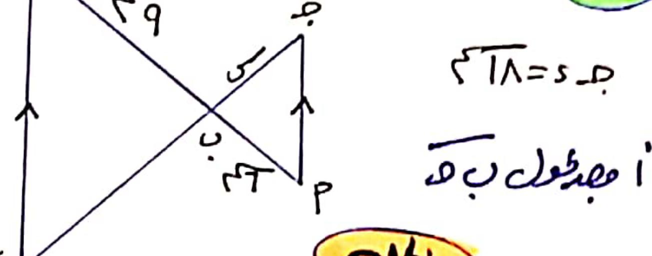
$\frac{أد}{دب} = \frac{أهـ}{هـج}$

وكذلك

$\frac{أد}{أب} = \frac{أهـ}{أج}$ ، $\frac{أد}{دب} = \frac{أهـ}{هـج}$



مثال ٢ في الشكل المقابل



جـ د = ١٨ سم

أوجد طول ب هـ

الحل

∵ د هـ // أ جـ

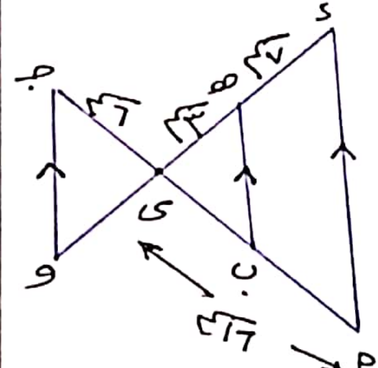
∴ $\frac{\text{ب هـ}}{\text{جـ د}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ هـ}}$

$\frac{\text{ب هـ}}{١٨} = \frac{٦}{١٥}$

∴ ب هـ $= \frac{٦ \times ١٨}{١٥} =$ ٧,٢ سم

مثال ٣

أوجد طول ي هـ ، ي ب



الحل

∵ أ د // و جـ

∴ $\frac{\text{ي و}}{\text{ي د}} = \frac{\text{ي جـ}}{\text{أ ي}}$

$\frac{\text{ي و}}{١٠} = \frac{٦}{١٦}$ ∴ ي جـ $= \frac{٦ \times ١٠}{١٦}$

∴ ي جـ = ٣,٧٥ سم

، ∵ ب هـ // أ د

∴ $\frac{\text{ب ي}}{\text{أ ي}} = \frac{\text{هـ ي}}{\text{د ي}}$

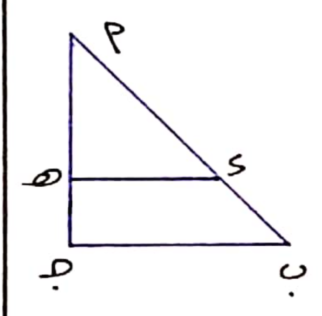
$\frac{\text{ب ي}}{١٦} = \frac{٣}{١٠}$

∴ ي ب $= \frac{٣ \times ١٦}{١٠} =$ ٤,٨ سم



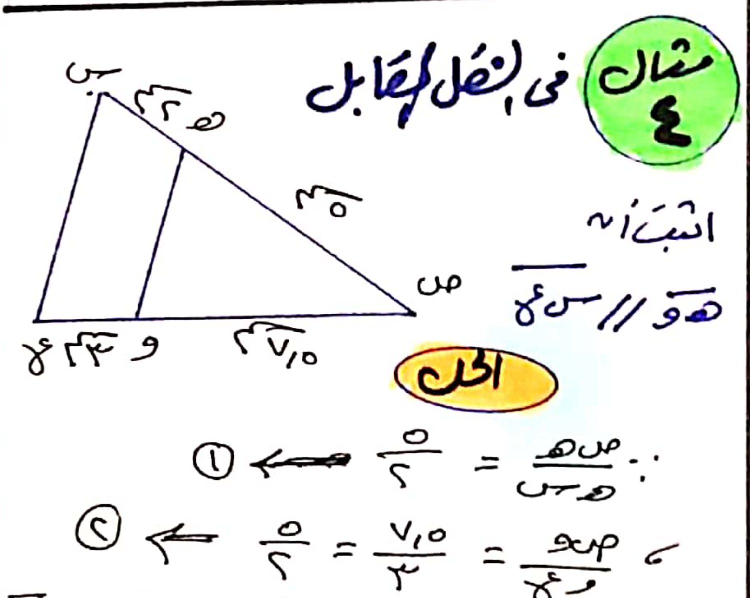
عكس النظرية

إذا قطع مستقيم ضلعين من أضلاع مثلث وقسمهما إلى قطع متناسبة فإنه يوازي الضلع الثالث



إذا كان $\frac{\text{أ د}}{\text{د ب}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{هـ جـ}}$

فإن د هـ // ب جـ



مثال ٤ في الشكل المقابل

أثبت أن هـ و // س ع

الحل

∵ $\frac{\text{ص هـ}}{\text{هـ س}} = \frac{٥}{٢}$ ← (١)

، $\frac{\text{ص و}}{\text{و ع}} = \frac{٧,٥}{٣} = \frac{٥}{٢}$ ← (٢)

من (١)(٢) ∴ $\frac{\text{ص هـ}}{\text{هـ س}} = \frac{\text{ص و}}{\text{و ع}}$ ∴ هـ و // س ع

مثال ٥

في الشكل المقابل

إذا كان $\overline{دهـ} // \overline{بو}$

، $أد = \frac{٣}{٤} دب$

، $أهـ = ٤,٥$ سم ، $وجـ = ١٤$ سم

فاثبت أن $\overline{دو} // \overline{بجـ}$

الحل

$\because أد = \frac{٣}{٤} دب$

$\therefore \frac{أد}{دب} = \frac{٣}{٤}$

$\because \overline{دهـ} // \overline{بو}$ ،

$\therefore \frac{أد}{دب} = \frac{أهـ}{هـو} = \frac{٣}{٤}$

$\therefore \frac{٤,٥}{هـو} = \frac{٣}{٤}$

$\therefore هـو = \frac{٤ \times ٤,٥}{٣} = ٦$ سم

في $\triangle أبجـ$

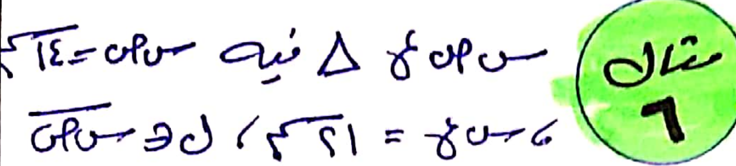
$\because \frac{أد}{دب} = \frac{٣}{٤}$

، $\frac{أو}{وجـ} = \frac{٦+٤,٥}{١٤} = \frac{٣}{٤}$

$\therefore \frac{أد}{دب} = \frac{أو}{وجـ}$

$\therefore \overline{دو} // \overline{بجـ}$

مثال ٦



$\triangle سصع$ فيه $سص = ١٤$ سم

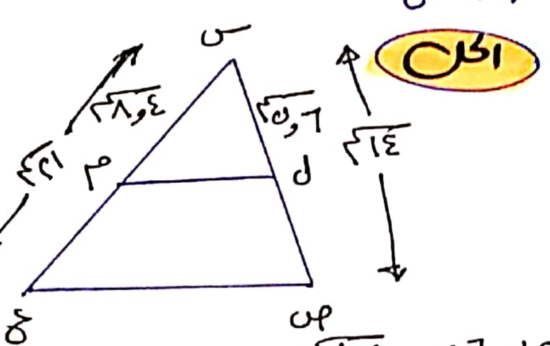
، $سع = ٢١$ سم ، $ل \in \overline{سص}$

، $م \in \overline{سع}$ بحيث $سل = ٥,٦$ سم

، $سم = ٨,٤$ سم اثبت أن

$\overline{لم} // \overline{صع}$

الحل



$لص = ١٤ - ٥,٦ = ٨,٤$ سم

$مع = ٢١ - ٨,٤ = ١٢,٦$ سم

$\frac{سل}{لص} = \frac{٥,٦}{٨,٤} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{سم}{مع} = \frac{٨,٤}{١٢,٦} = \frac{٢}{٣}$

$\therefore \frac{سل}{لص} = \frac{سم}{مع}$

$\therefore \overline{لم} // \overline{صع}$

عندما كان عُمري ٤ سنوات،

كان عُمر أخي نصف عمري.

أنا الآن عمري ١٨ سنة،

فكم أصبح عُمر أخي؟

اختر

(١) فى الشكل المقابل: أب // جـ د ، ٢ أهـ = ٣ هـ د ، ب هـ - جـ هـ = ٤ سم

فإن ب جـ = ... سم

(أ) ١٨ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٤ (د) ٢٥

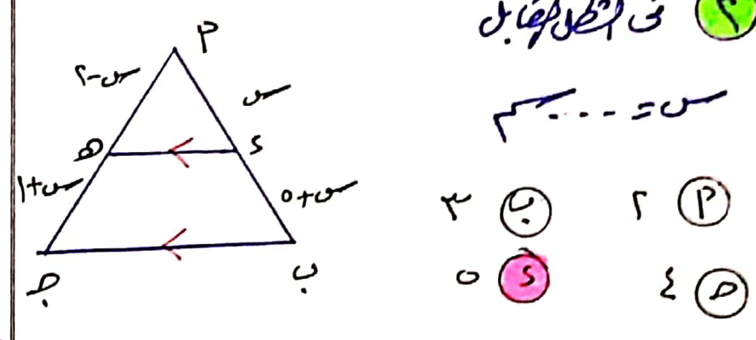
$\frac{أهـ}{هـ د} = \frac{ب هـ}{هـ جـ} = \frac{٣ل}{٢ل}$ ∴ ب هـ - هـ جـ = ل

∴ ل = ٤ ، ب جـ = ٥ل ∴ ب جـ = ٢٠ سم

(٢) فى الشكل المقابل

س = ... سم

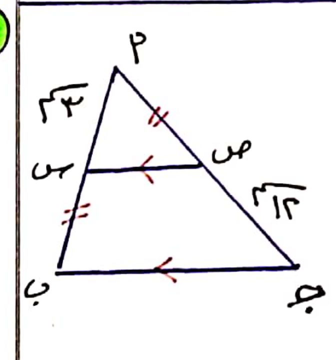
(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥



(٣) فى الشكل المقابل

أص = ... سم

(أ) ١٠ (ب) ١٦ (جـ) ١٨ (د) ٢٠

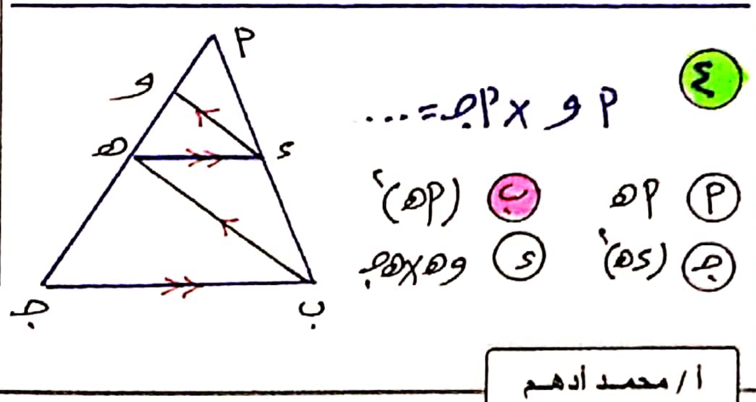


∵ أص = س ب = ل ∴ $\frac{ل}{١٢} = \frac{٣}{ل}$ ∴ ل² = ٣٦ ∴ ل = ٦

∴ أجـ = ٦ + ١٢ = ١٨ سم

(٤) أو × أجـ = ...

(أ) أهـ (ب) (أهـ)² (جـ) (أد)² (د) وهـ × هـ جـ



فى Δ أب جـ يكون $\frac{أد}{أب} = \frac{أهـ}{أجـ}$ ← (١)

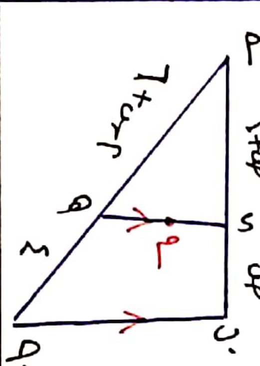
فى Δ أب هـ يكون $\frac{أد}{أب} = \frac{أو}{أهـ}$ ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ $\frac{أهـ}{أجـ} = \frac{أو}{أهـ}$ ∴ أو × أجـ = (أهـ)²

(٥) إذا كانت م هى نقطة تلاقى متوسطات المثلث أب جـ

فإن ٢س + ص = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥



الحل: نرسم أو مرورًا بنقطة م وتقطع ب جـ فى و

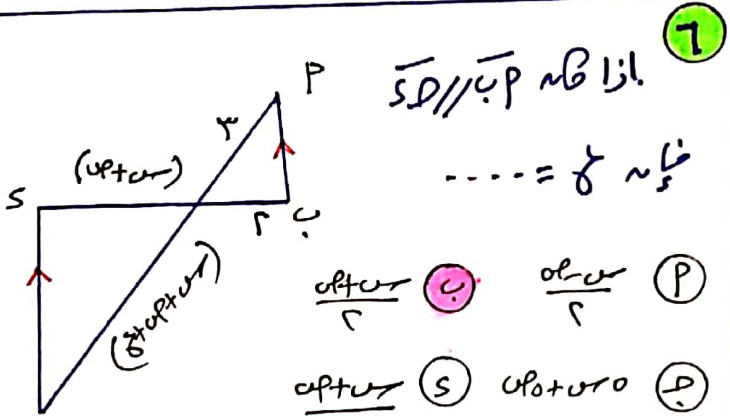
ويكون $\frac{أم}{م و} = \frac{٢}{١} = \frac{ص+٣}{ص}$ ∴ ص = ٣

، $\frac{٢س+٦}{٤} = \frac{٢}{١}$ ∴ س = ١

(٦) إذا كان أب // جـ د

فإن ع = ...

(أ) $\frac{س-ص}{٢}$ (ب) $\frac{س+ص}{٢}$ (جـ) ٥س + ٥ص (د) $\frac{س+ص}{٥}$

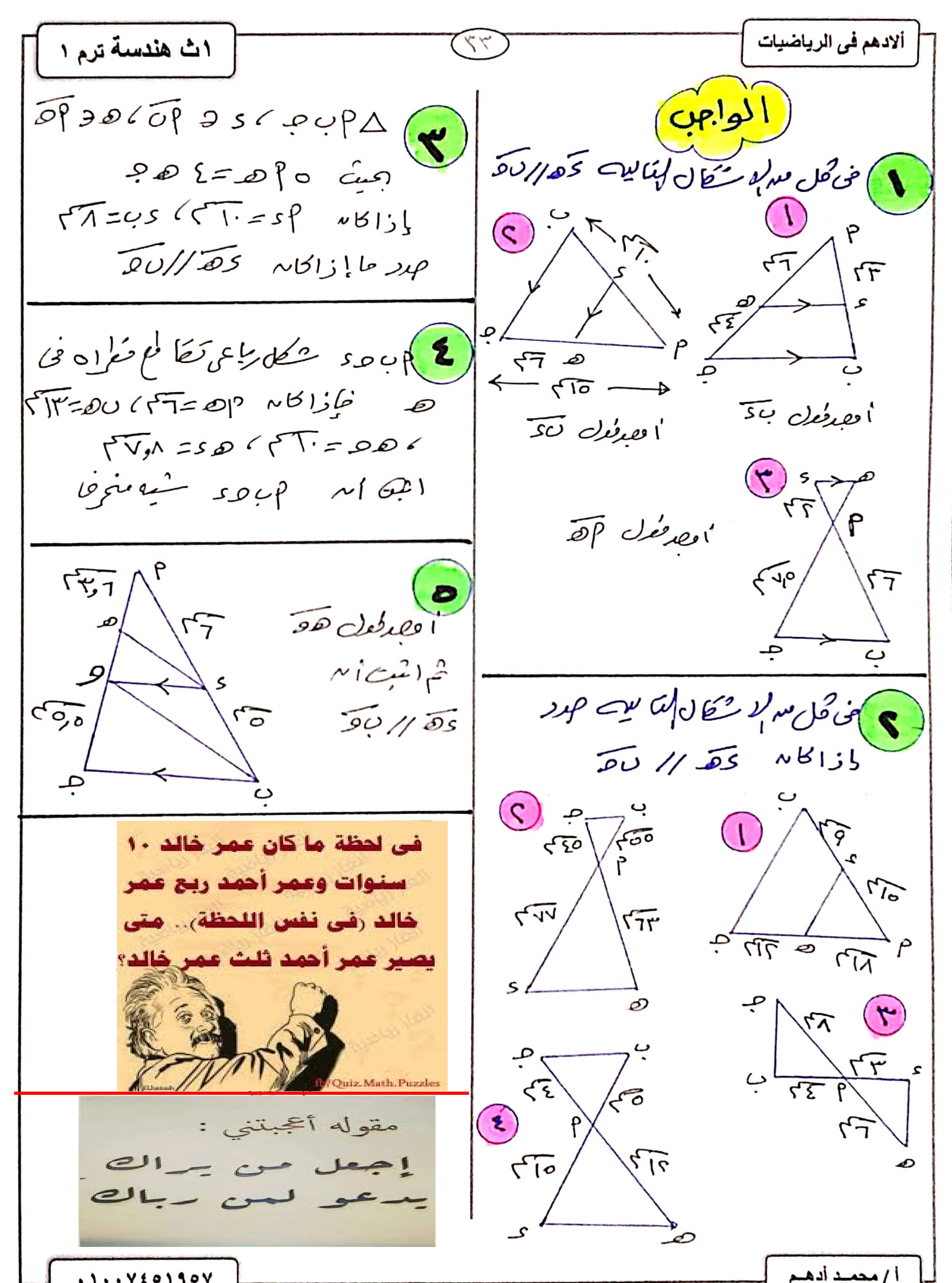


$\frac{س+ص}{س+ص+ع} = \frac{٢}{٣}$

بفرض أن س + ص = ٢ل ∴ س + ص + ع = ٣ل

∴ ع = ل وتكون ل = $\frac{س+ص}{٢}$

∴ ع = $\frac{س+ص}{٢}$



الواجب

١ فى كل من الأشكال التالية $\overline{دهـ} \parallel \overline{بجـ}$

(١) ٤ سم ، ٦ سم ، ٤ سم — أوجد طول ب د

(٢) ١٠ سم ، ٦ سم ، ١٥ سم — أوجد طول د جـ

(٣) ٢ سم ، ٧,٥ سم ، ٦ سم — أوجد طول أ هـ

٢ فى كل من الأشكال التالية حدد إذا كان $\overline{دهـ} \parallel \overline{بجـ}$

(١) ٩ سم ، ١٥ سم ، ١٢ سم ، ١٨ سم

(٢) ٤٥ سم ، ٥٥ سم ، ٧٧ سم ، ٦٣ سم

(٣) ٨ سم ، ٣ سم ، ٤ سم ، ٦ سم

(٤) ٤ سم ، ٥ سم ، ١٥ سم ، ١٢ سم

٣ △ أ ب جـ ، د ∈ $\overline{أب}$ ، هـ ∈ $\overline{أجـ}$
بحيث ٥ أ هـ = ٤ هـ جـ
إذا كان أ د = ١٠ سم ، د ب = ٨ سم
حدد ما إذا كان $\overline{دهـ} \parallel \overline{بجـ}$

٤ أ ب جـ د شكل رباعي تقاطع قطراه فى هـ
فإذا كان أ هـ = ٦ سم ، ب هـ = ١٣ سم
، هـ جـ = ١٠ سم ، هـ د = ٧,٨ سم
اثبت أن أ ب جـ د شبه منحرف

٥ أوجد طول هـ و
ثم اثبت أن
$\overline{دهـ} \parallel \overline{بو}$

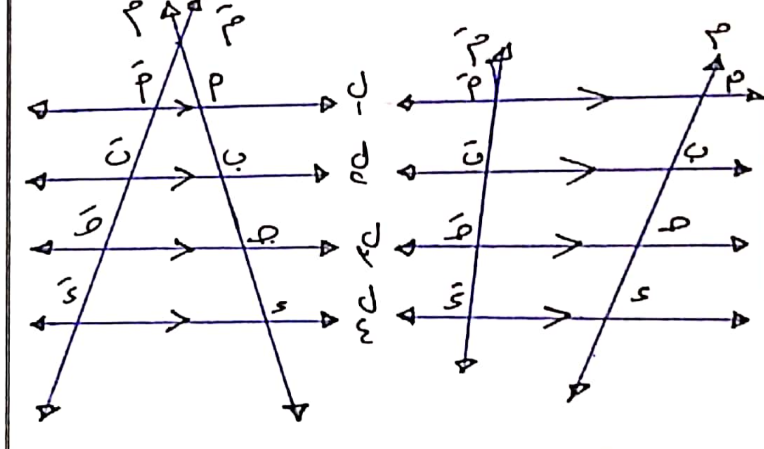
(٦,٣ سم ، ٦ سم ، ٥ سم ، ٥,٥ سم)

الوحدة الثانية

الدرس الثانى : نظرية تاليس

نظرية تاليس العامة

إذا قطع مستقيمان عدة مستقيمات متوازية فإن أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر



$$\frac{أب}{أَبَ} = \frac{بجـ}{بَجـَ} = \frac{جـ د}{جـَ دَ} = \frac{أجـ}{أَجـَ}$$

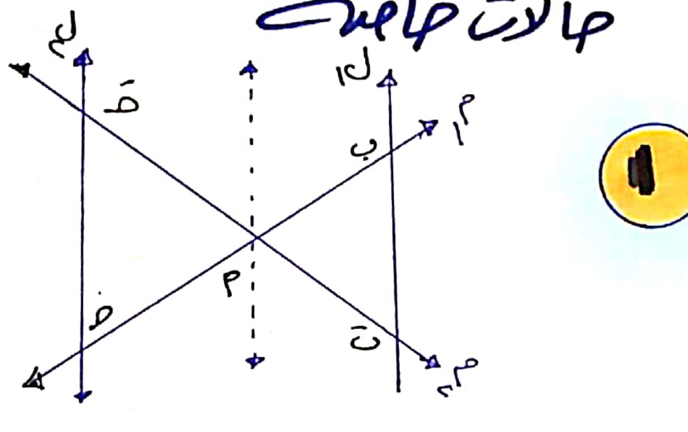
وكذلك نلاحظ أن

$$\frac{أجـ}{جـ د} = \frac{أَجـَ}{جـَ دَ}$$

$$\frac{أجـ}{جـ ب} = \frac{أَجـَ}{جـَ بَ}$$

$$\frac{ب د}{د أ} = \frac{بَ دَ}{دَ أَ}$$ وهكذا

① حالات خاصة



إذا كان ل١ // ل٢ ، م١ ، م٢ قاطعان لهما

فإن $\frac{أب}{أجـ} = \frac{أبَ}{أجـَ}$

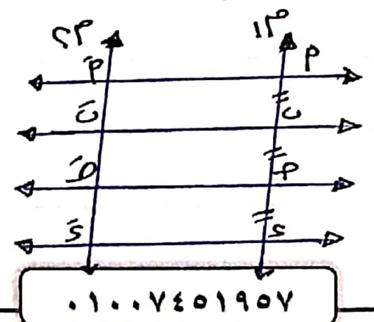
والعكس صحيح

بمعنى إذا كان $\frac{أب}{أجـ} = \frac{أبَ}{أجـَ}$

فإن $\overleftrightarrow{ببَ} // \overleftrightarrow{جـجـَ}$

② نظرية تاليس الخاصة

إذا كانت أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين متساوية فى الطول فإن أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر تكون متساوية أيضاً فى الطول



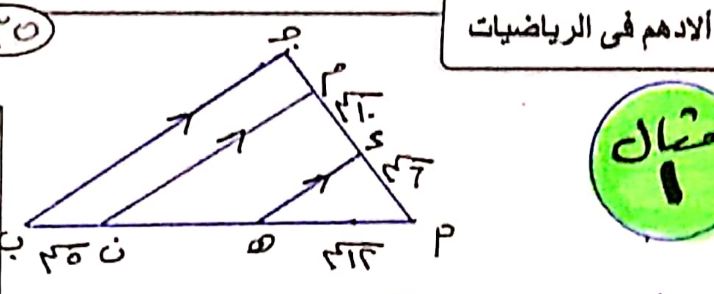
إذا كان

أب = ب جـ = جـ د

فإن

أَبَ = بَ جـَ = جـَ دَ

مثال ١



أوجد طول هن ، مج

الحل

∵ ده // من // جب

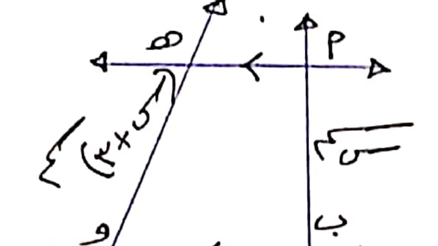
∴ أد / أه = دم / هن = مج / نب

∴ ٦ / ١٢ = ١٠ / هن = مج / ٥

∴ هن = (١٢ × ١٠) / ٦ = ٢٠ سم

، مج = (٥ × ٦) / ١٢ = ٢,٥ سم

مثال ٢



أوجد قيمة س ، ص العددية

الحل

∵ أهـ // ب و // جـ ع // د ن

∴ أب / هـ و = ب جـ / و ع = جـ د / ع ن

س / (س+٣) = (٢ص-٥) / ص = ٦ / ٨

∴ س / (س+٣) = ٦ / ٨

٨س = ٦(س+٣)

٨س = ٦س + ١٨

٨س - ٦س = ١٨ ∴ ٢س = ١٨

س = ١٨ / ٢ = ٩

وكذلك (٢ص-٥) / ص = ٦ / ٨

٨(٢ص-٥) = ٦ص

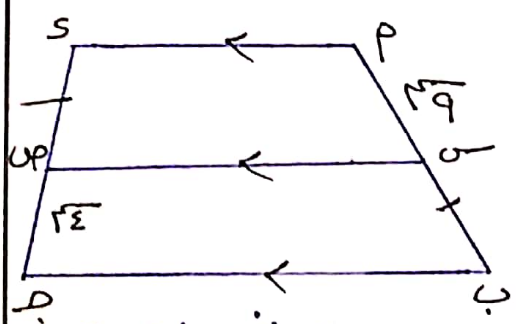
١٦ص - ٤٠ = ٦ص

١٦ص - ٦ص = ٤٠

∴ ١٠ص = ٤٠

∴ ص = ٤

مثال ٣



إذا كان ب س = ص د فأوجد طول جـ ص

الحل

∵ أد // س ص // ب جـ

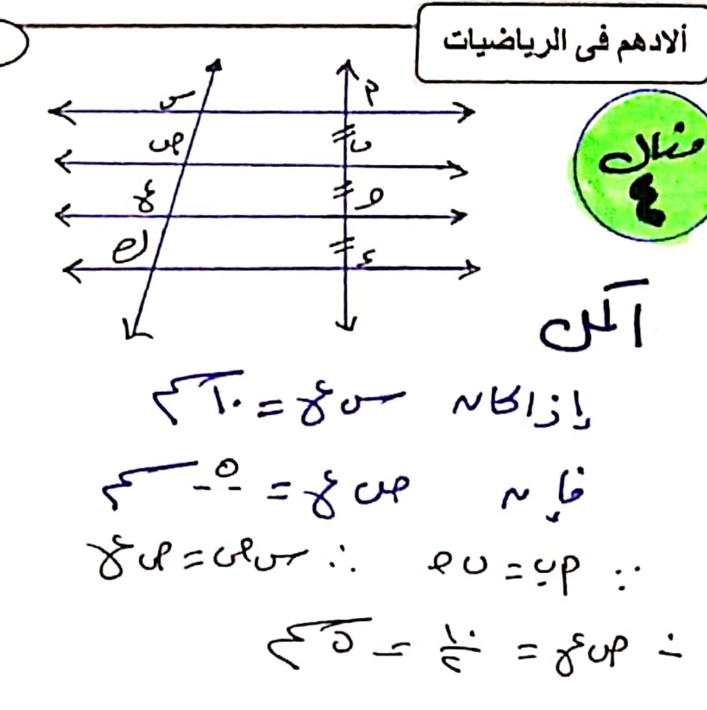
∴ أس / س ب = د ص / ص جـ ، ∵ س ب = د ص

∴ أس / د ص = د ص / ص جـ

∴ ٩ / د ص = د ص / ٤

∴ (د ص)² = ٣٦ ∴ د ص = ٦ سم

مثال ٤



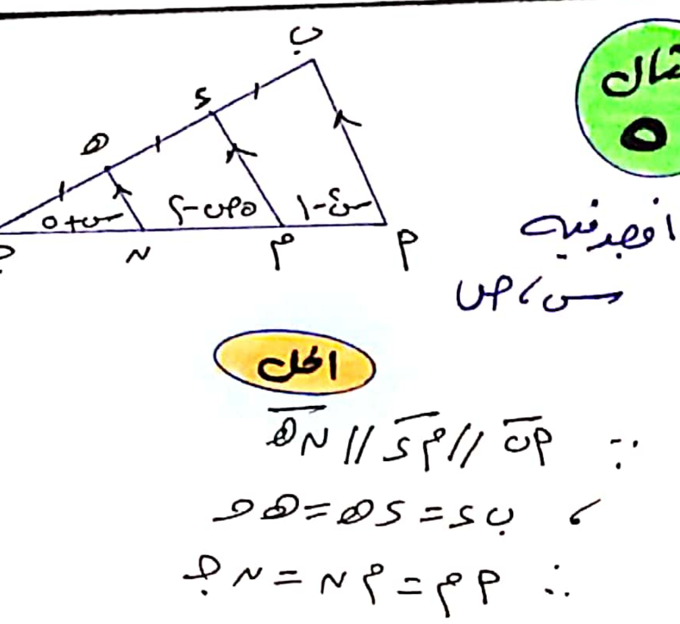
الحل

إذا كان س ع = ١٠ سم فإن ص ع = ... سم

∵ أب = ب ء ∴ س ص = ص ع

∴ ص ع = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ سم

مثال ٥



أوجد قيمة س ، ص

الحل

∵ $\overline{أب}$ // $\overline{مء}$ // $\overline{نهـ}$

، ب ء = ء هـ = هـ و

∴ أ م = م ن = ن جـ

∴ س² - ١ = س + ٥ ← (١)

س² - س - ١ - ٥ = ٠

س² - س - ٦ = ٠

(س + ٢)(س - ٣) = ٠

س = -٢ أو س = ٣

س = -٢	س = ٣
∴ أ م = ٤ - ١ = ٣	أ م = ٩ - ١ = ٨
م ن = -٢ + ٥ = ٣	م ن = ٣ + ٥ = ٨

∴ م ن = ٣ أو م ن = ٨

٥ص - ٢ = ٣	٥ص - ٢ = ٨
٥ص = ٥ ∴ ص = ١	٥ص = ١٠
	ص = ٢

مثال ٦

أوجد قيمة س ، ص

الحل

∵ $\overline{أء}$ // $\overline{بهـ}$ // $\overline{جـو}$ ، ء هـ = هـ و = و م

∴ أب = ب جـ = جـ م

∴ س² - ٢ = س + ٤ = ٢ص - ٢

س² - ٢ = س + ٤

س² - س - ٢ - ٤ = ٠

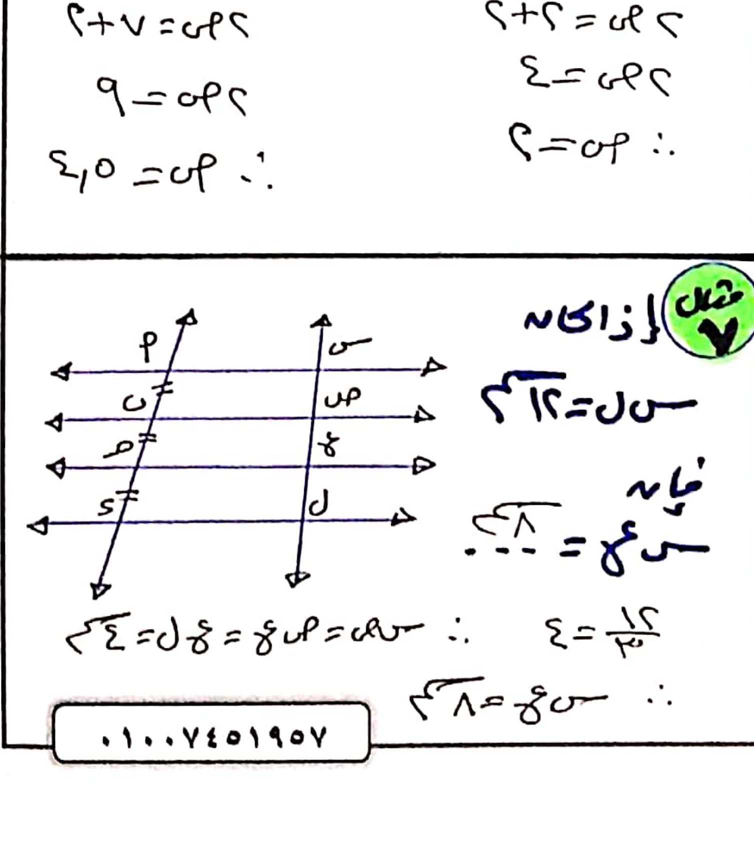
س² - س - ٦ = ٠

(س + ٢)(س - ٣) = ٠

إما س = -٢ أو س = ٣

س = -٢	س = ٣
أب = ٤ - ٢ = ٢	أب = ٩ - ٢ = ٧
ب جـ = -٢ + ٤ = ٢	ب جـ = ٣ + ٤ = ٧
∴ ٢ص - ٢ = ٢	∴ ٢ص - ٢ = ٧
٢ص = ٢ + ٢	٢ص = ٧ + ٢
٢ص = ٤	٢ص = ٩
∴ ص = ٢	∴ ص = ٤,٥

مثال ٧

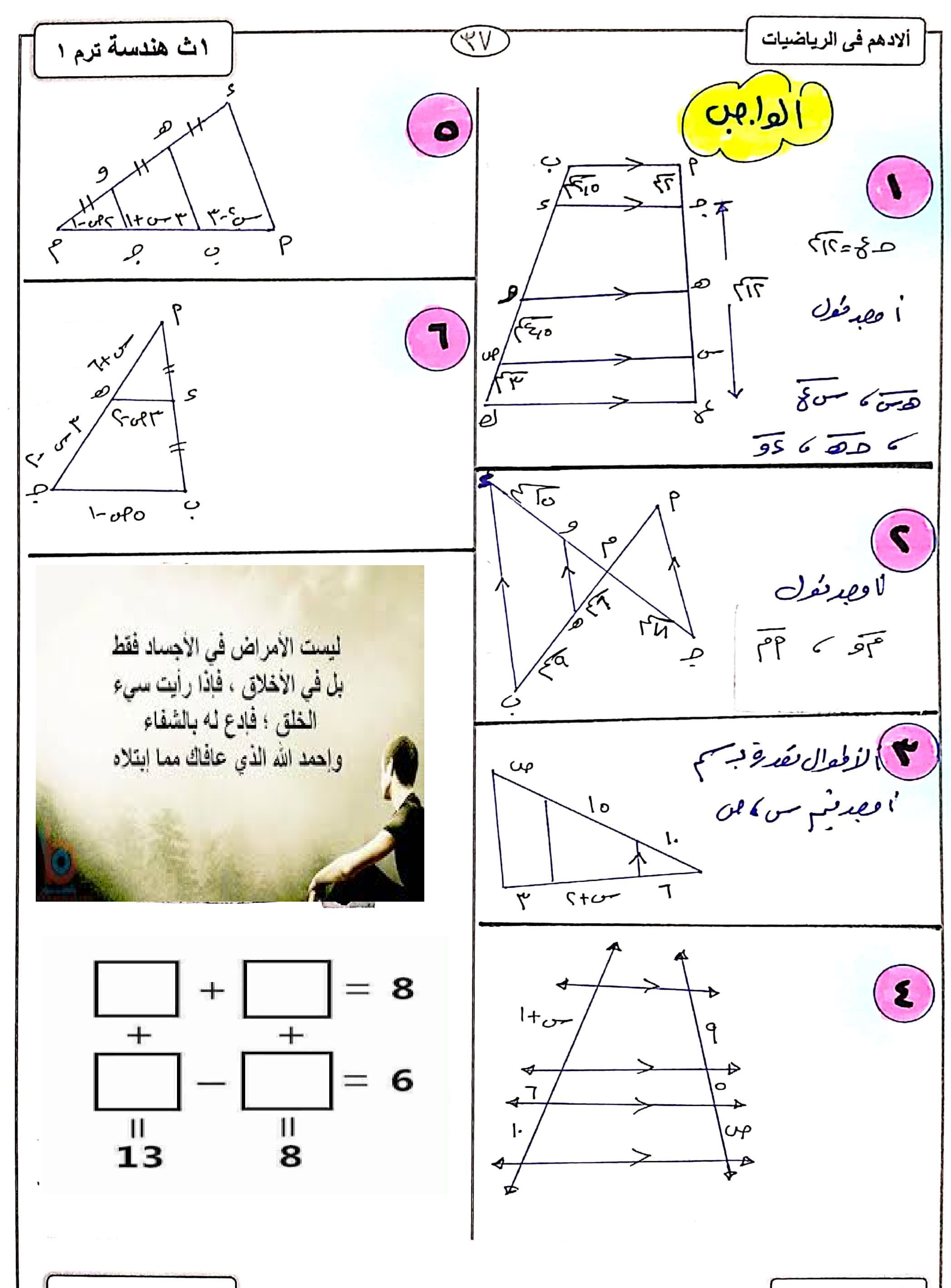


إذا كان س ل = ١٢ سم

فإن س ع = ...

$\frac{١٢}{٣}$ = ٤ ∴ س ص = ص ع = ع ل = ٤ سم

∴ س ع = ٨ سم

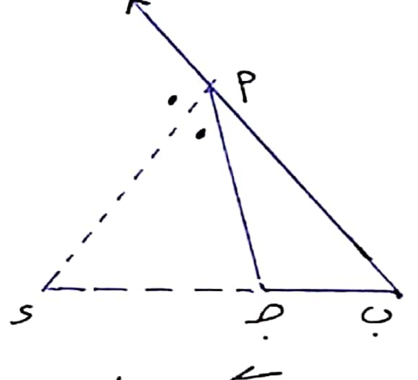

الواجب
١
جـ ء = ٢١ سم
أوجد طول
هـ س ، س ع
، ء هـ ، ء و
٢
لأوجد طول
م و ، م م
٣
الأطوال تقدر بالسم
أوجد قيم س ، ص
١٥
١٠
٣
س+٢
٦
٤
س+١
٩
٥
٦
١٠
ص
٥
٦
٥ص-١
٣ص-٢
ليست الأمراض في الأجساد فقط
بل في الأخلاق ، فإذا رأيت سيء
الخلق ؛ فادع له بالشفاء
واحمد الله الذي عافاك مما إبتلاه
+
= 8
−
= 6
13
8

الدرس الثالث : منصفا الزاوية

الوحدة الثانية

نظرية (٣)

إذا نُصِّفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس، وقسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الخارج إلى جزأين كانت النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين



أ د منصف خارجي — أ د منصف داخلي

$$\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} = \frac{\text{دب}}{\text{دجـ}}$$



طول المنصف

$$\text{أد} = \sqrt{\text{أب} \times \text{أجـ} - \text{ب د} \times \text{د جـ}}$$

من الداخل: الضلعين − الجزئين

$$\text{أد} = \sqrt{\text{ب د} \times \text{د جـ} - \text{أب} \times \text{أجـ}}$$

من الخارج: الجزئين − الضلعين



ملاحظات

١) المنصفان الداخلي والخارجي لنفس الزاوية من المثلث متعامدان

٢) قياس الزاوية بين المنصف الداخلي والخارجي = ٩٠° [قائمة]

٣) المنصف الخارجي لزاوية رأس المثلث المتساوي الساقين يوازي القاعدة.

٤) منصفات زوايا المثلث الداخلة تتقاطع في نقطة واحدة هي مركز الدائرة الداخلة للمثلث.



من أراد الدنيا فعليه بالقرآن
ومن أراد الآخرة فعليه بالقرآن
ومن أرادهما معاً فعليه بالقرآن

مثال ١

فى الشكل المقابل

أ ب ج د — ٥ سم ، ٦ سم ، ٤ سم

أوجد طول أب ، أد

الحل

∵ أد ينصف $\hat{أ}$ ب أ ج

∴ $\frac{أب}{أج} = \frac{بد}{دج}$

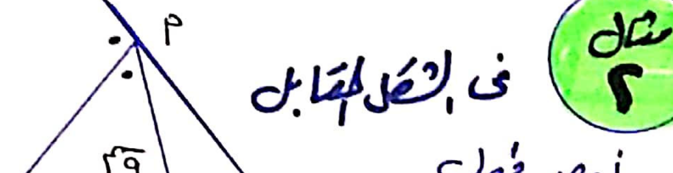
∴ $\frac{أب}{٥} = \frac{٦}{٤}$

أب $= \frac{٥ \times ٦}{٤} =$ ٧,٥ سم

أد $= \sqrt{أب \times أج - بد \times دج}$

$= \sqrt{٧,٥ \times ٥ - ٤ \times ٦} \simeq$ ٣,٧ سم

مثال ٢



فى الشكل المقابل

أوجد طول أب ، أهـ

الحل

أهـ المنصف

$\frac{أب}{أج} = \frac{هـب}{هـج}$

$\frac{أب}{٩} = \frac{١٦}{١٢}$

∴ أب $= \frac{٩ \times ١٦}{١٢} =$ ١٢ سم

طول المنصف أهـ

أهـ $= \sqrt{هـج \times هـب - أج \times أب}$

$= \sqrt{١٢ \times ١٦ - ٩ \times ١٢}$

$\simeq$ ٩,١٧ سم

مثال ٣

فى الشكل المقابل

أ ب ج د — ١٢ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم

أوجد طول بد ، أد

الحل

∵ أد ينصف (ب $\hat{أ}$ ج)

∴ $\frac{دب}{دج} = \frac{أب}{أج}$

دج = ١٠ − بد

$\frac{بد}{١٠ - بد} = \frac{٨}{١٢}$

١٢ بد = ٨ (١٠ − بد)

١٢ بد = ٨٠ − ٨ بد

١٢ بد + ٨ بد = ٨٠

٢٠ بد = ٨٠

بد $= \frac{٨٠}{٢٠} =$ ٤ سم

∴ دج = ١٠ − ٤ = ٦ سم

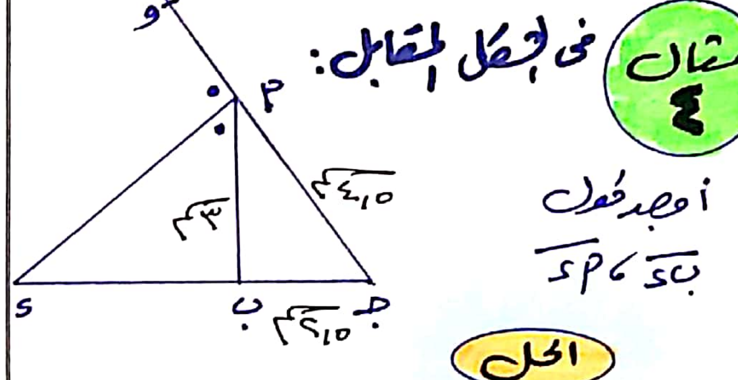
طول المنصف أد

أد = √(أب × أجـ − ب د × د جـ)

$= \sqrt{8 \times 12 - 4 \times 6} \simeq 8.49$ سم

مثال ٤

في الشكل المقابل: أوجد طول ب د ، أ د



الحل

∵ أد ينصف (ب أ̂ و)

∴ أب / أجـ = د ب / د جـ

٣ / ٤٫٥ = ب د / (ب د + ٢٫٥)

٤٫٥ ب د = ٣ (ب د + ٢٫٥)

٤٫٥ ب د = ٣ ب د + ٧٫٥

٤٫٥ ب د − ٣ ب د = ٧٫٥

١٫٥ ب د = ٧٫٥

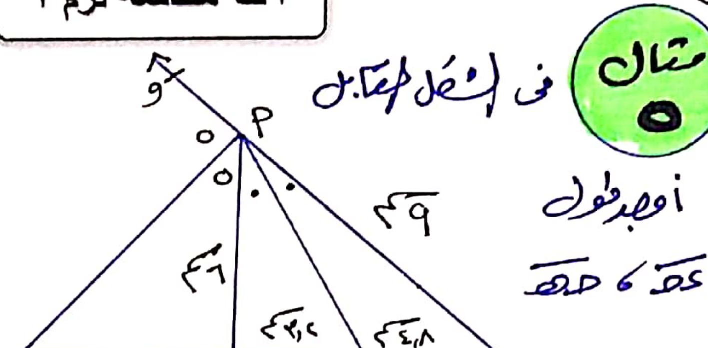
∴ ب د = ٧٫٥ / ١٫٥ = ٥ سم

أد = √(د ب × د جـ − أب × أجـ)

$= \sqrt{5 \times 7.5 - 3 \times 4.5} \simeq 4.9$ سم

مثال ٥

في الشكل المقابل أوجد طول د جـ ، جـ هـ



الحل

∵ أد ينصف ب أ̂ جـ من الداخل

∴ أب / أجـ = ب د / د جـ

٩ / ٦ = (٨ − د جـ) / د جـ

٩ د جـ = ٦ (٨ − د جـ)

٩ د جـ = ٤٨ − ٦ د جـ

٩ د جـ + ٦ د جـ = ٤٨

١٥ د جـ = ٤٨

د جـ = ٤٨ / ١٥ = ٣٫٢

في ∆ أ ب جـ

∵ أهـ ينصف (جـ أ̂ و) من الخارج

∴ أب / أجـ = ب هـ / هـ جـ ∴ ٩ / ٦ = (٨ + جـ هـ) / جـ هـ

٩ جـ هـ = ٦ (٨ + جـ هـ)

٩ جـ هـ = ٦ جـ هـ + ٤٨

٩ جـ هـ − ٦ جـ هـ = ٤٨

٣ جـ هـ = ٤٨ ∴ جـ هـ = ٤٨ / ٣ = ١٦ سم

مثال ٦

أوجد قيمة س ، ص

الحل

∵ أد ← ينصف (أ^) الخارجة

∴ دجـ/دب = أجـ/أب = ٦/٨ = ٣/٤

∴ (ص+٢)/(ص+٢+٧) = ٣/٤

٤(ص+٢) = ٣(ص+٩)

٤ص + ٨ = ٣ص + ٢٧

٤ص − ٣ص = ٢٧ − ٨

ص = ١٩

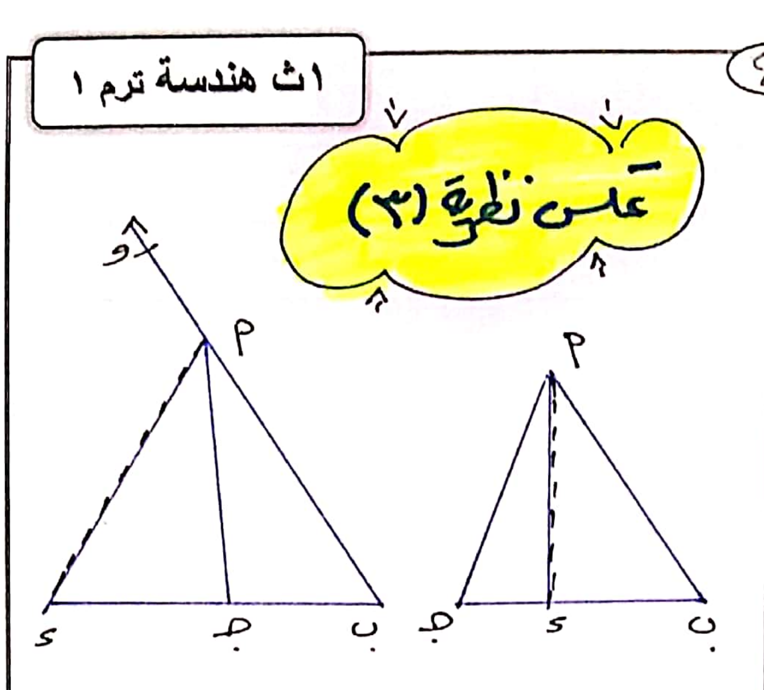
∴ دجـ = ص+٢ = ١٩+٢ = ٢١ سم

∴ أد = √(دجـ × دب − أجـ × أب)

= √(٢١ × ٢٨ − ٦ × ٨) ≃ ٢٣ سم

اسأل نفسك

عشرة وعشرتين وقلمهم مرتب وخمسة وثلاثة واثنين يبقوا كام ؟



إذا كان

دب/دجـ = أب/أجـ

فإن أد ← ينصف (ب أ^ جـ) الداخلة أو الخارجة

مثال ٧

في الشكل المقابل

اثبت أن

دص ← ينصف (أ د^ جـ)

الحل

في △ أدب ∵ دس ← ينصف (أ د^ ب)

∴ أس/سب = أد/دب ← (١)

في △ أبجـ ∵ سص // بجـ

∴ أس/سب = أص/صجـ ← (٢)

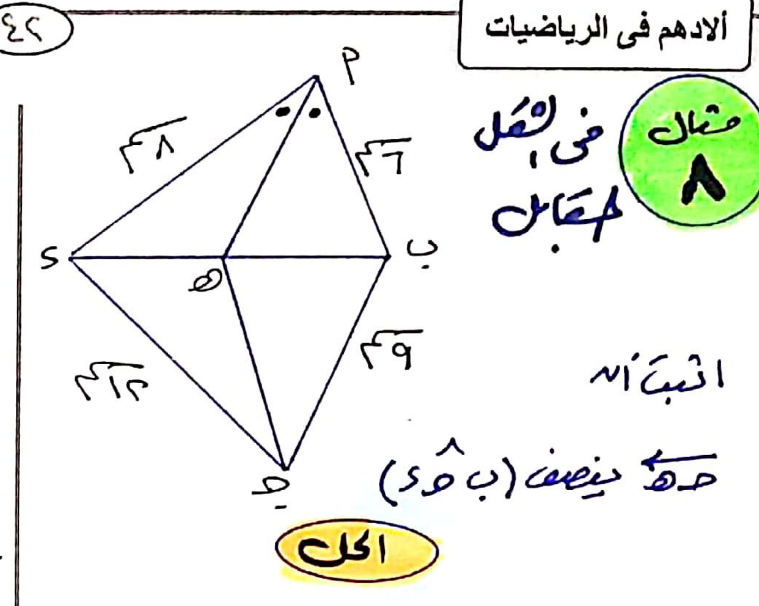
من (١) ، (٢) ينتج أن

دأ/دب = أص/صجـ ، ∵ دب = دجـ

∴ دأ/دجـ = أص/صجـ ∴ دص ← ينصف (أ د^ جـ)

مثال ٨

في الشكل المقابل



اثبت أن

جـ هـ ينصف (ب ̂هـ د)

الحل

في △ أ ب د فيه أ هـ ينصف (ب ̂أ د)

∴ $\frac{\text{هـ ب}}{\text{هـ د}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ د}} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$ ←(١)

في △ ب جـ د

∴ $\frac{\text{جـ ب}}{\text{جـ د}} = \frac{٩}{١٢} = \frac{٣}{٤}$ ←(٢)

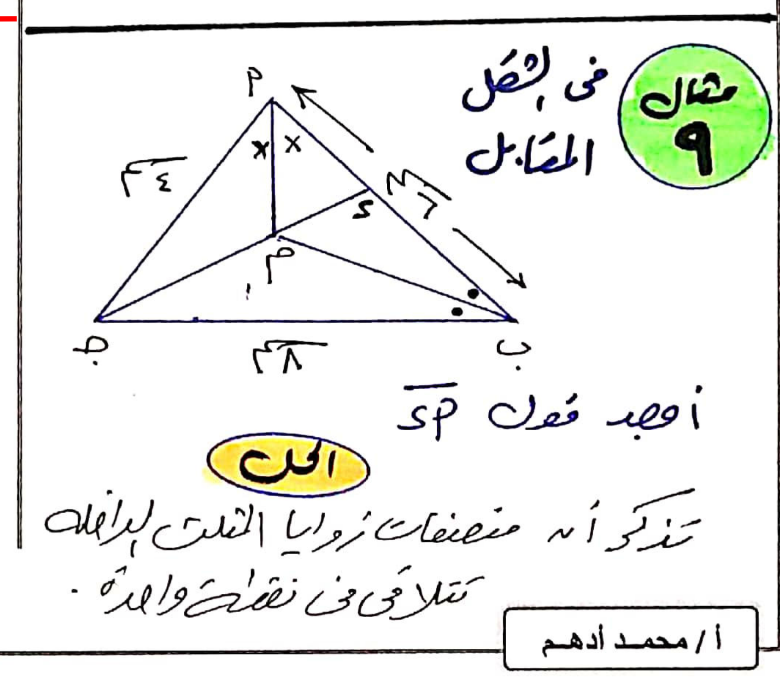
∴ من (١)، (٢)

$\frac{\text{هـ ب}}{\text{هـ د}} = \frac{\text{جـ ب}}{\text{جـ د}}$

∴ جـ هـ ينصف (ب ̂هـ د) #

مثال ٩

في الشكل المقابل



أوجد طول أ د

الحل

تذكر أن منصفات زوايا المثلث الداخلة تتلاقى في نقطة واحدة.

∵ أ م ينصف (ب ̂أ جـ)، ب م ينصف (أ ̂ب جـ)

∴ م هي نقطة تلاقي منصفات زوايا △ أ ب جـ

∴ جـ م ينصف (أ ̂جـ ب)

∴ في △ أ ب جـ ∴ $\frac{\text{أ د}}{\text{د ب}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{جـ ب}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{\text{أ د}}{٦ - \text{أ د}} = \frac{١}{٢}$

٦ − أ د = ٢ أ د

٦ = أ د + ٢ أ د

٣ أ د = ٦ ∴ أ د = $\frac{٦}{٣}$ = ٢ سم

حكمة

الإعتذار عن الخطاء لا يجرح كرامتك ...

بل يجعلك كبيراً بعين من اخطأت بحقه ...

حكمة اليوم

أنت من تحدد قيمة نفسك

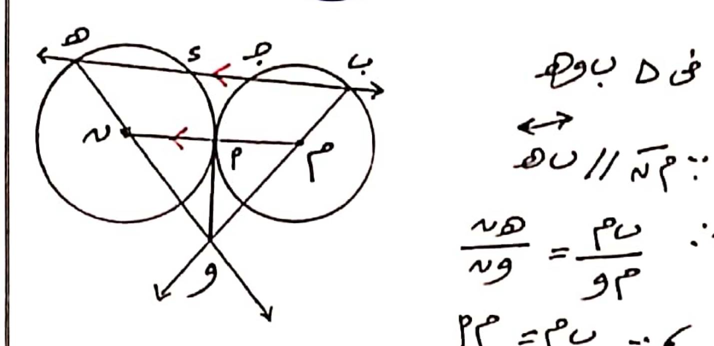
فلا تصغر من شأنك حين ترى

فخامة الآخرين فلو كانت القيمة

مثال ١٠

دائرتان م ، ن متماستان من الخارج في أ رسم مستقيم يوازي $\overleftrightarrow{م ن}$ فقطع الدائرة م في ب ، جـ والدائرة ن في د ، هـ على الترتيب . فإذا تقاطع $\overrightarrow{ب م}$ ، $\overrightarrow{هـ ن}$ في و أثبت أن $\overrightarrow{و أ}$ ينصف $(\hat{م و ن})$

الحل



في △ ب و هـ

∵ $\overleftrightarrow{م ن}$ // $\overleftrightarrow{ب هـ}$

∴ $\frac{ب م}{و م} = \frac{هـ ن}{و ن}$

، ∵ ب م = م أ

، هـ ن = أ ن

∴ $\frac{م أ}{م و} = \frac{أ ن}{و ن}$ ∴ $\frac{و م}{و ن} = \frac{م أ}{أ ن}$

∴ $\overrightarrow{و أ}$ ينصف $(\hat{م و ن})$ # .

مثال ١١

في الشكل المقابل

من معطيات الشكل

① أثبت أن $\overrightarrow{أ د}$ ينصف $(\hat{أ})$

② أوجد : م(△ أ ب و) : م(△ جـ ب و)

الحل

① في △ أ ب جـ ∵ جـ د = ١٠ − ٤ = ٦ سم

∴ $\frac{د ب}{د جـ} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

، $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

∴ $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{د ب}{د جـ}$

∴ $\overrightarrow{أ د}$ ينصف $(\hat{أ})$ # أولاً

② في △ أ ب و : ∵ $\overrightarrow{أ هـ}$ ينصف $(\hat{أ})$ ، $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب و}$

من تطابق △△ أ هـ ب ، أ هـ و

∴ △ أ ب و متساوي الساقين

∴ أ ب = أ و = ٦ سم

∴ جـ و = ٩ − ٦ = ٣ سم

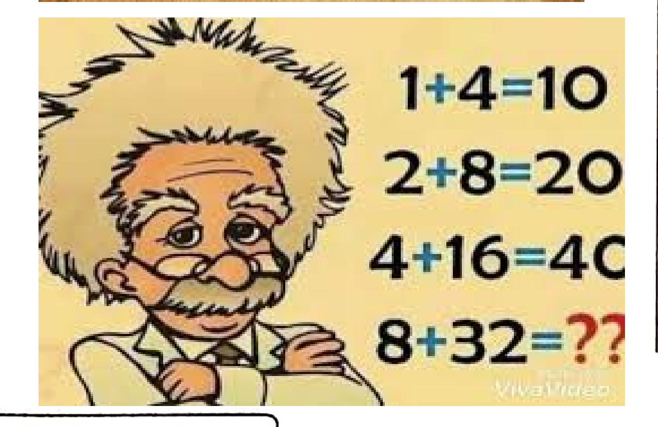
∵ △△ ب أ و ، جـ ب و مشتركان في الرأس ب ، و جـ $\overleftrightarrow{أ جـ}$

∴ $\frac{م(△ أ ب و)}{م(△ جـ ب و)} = \frac{أ و}{و جـ} = \frac{٦}{٣} = ٢$

تذكر أن النسبة بين مساحتي مثلثين مرسومين على قاعدتين واحدة ومشتركان في الرأس تساوي النسبة بين طولي قاعدتيهما .

"حين سكت أهل الحق عن الباطل ، توهم أهل الباطل أنهم على حق"

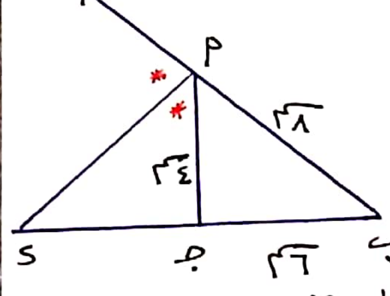
علي بن ابي طالب



اختبر

(١) في الشكل المقابل:

ب د = ... سم



(أ) ٤ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (ج) ٤٫٥ (د) ٤٥

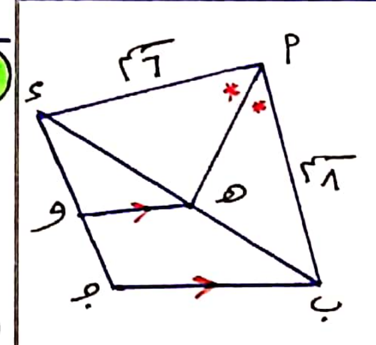
$\frac{ب د}{د جـ} = \frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

بفرض أن ب د = ٣ ل ، د جـ = ٤ ل

∴ ب جـ = ٧ ل

ب د = $\frac{٣}{٧} \times ١٠٫٥$ = ٤٫٥

(٢) هـ د = ... سم



(أ) ٢ (ب) ٦ (ج) ٤ (د) ٨

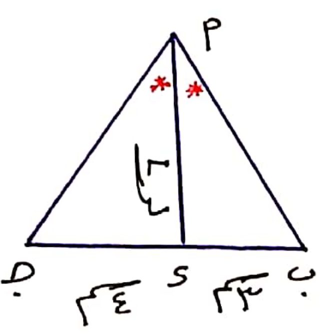
$\overrightarrow{أ د}$ منصف خارجي للزاوية (أ)

∴ $\frac{د جـ}{د ب} = \frac{أ جـ}{أ ب} = \frac{١}{٢}$

$\frac{د جـ}{د جـ + ٦} = \frac{١}{٢}$ ، ٢ د جـ = د جـ + ٦

∴ د جـ = ٦ سم

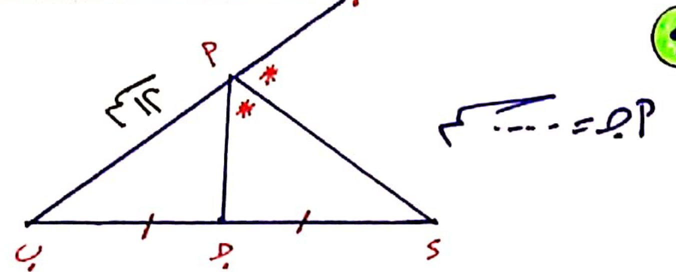
(٣) $\frac{د و}{و جـ} = \frac{.....}{.....}$



(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٨}{٧}$ (ج) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

$\frac{د و}{و جـ} = \frac{د هـ}{هـ ب} = \frac{أ د}{أ ب} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

(٤) أ جـ = ... سم



(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

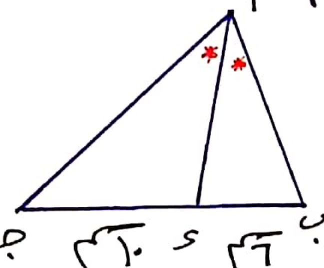
$\overrightarrow{أ د}$ منصف خارجي للزاوية (أ)

$\frac{د جـ}{د ب} = \frac{أ جـ}{أ ب}$ ∴ $\frac{د جـ}{د ب} = \frac{١}{٢}$

∴ $\frac{أ جـ}{١٢} = \frac{١}{٢}$ ∴ أ جـ = ٦ سم

(٥) إذا كان أ جـ − أ ب = ٦ سم

فإن أ جـ = ... سم



(أ) ١٣ (ب) ١٤ (ج) ١٥ (د) ١٦

∵ أ جـ − أ ب = ٦ ∴ أ جـ − ٦ = أ ب

$\overrightarrow{أ د}$ منصف داخلي ∴ $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{ب د}{د جـ} = \frac{٦}{١٠}$

$\frac{أ جـ - ٦}{أ جـ} = \frac{٦}{١٠}$ مقص ∴ أ جـ = ١٥ سم

(٦) أ جـ = ... سم

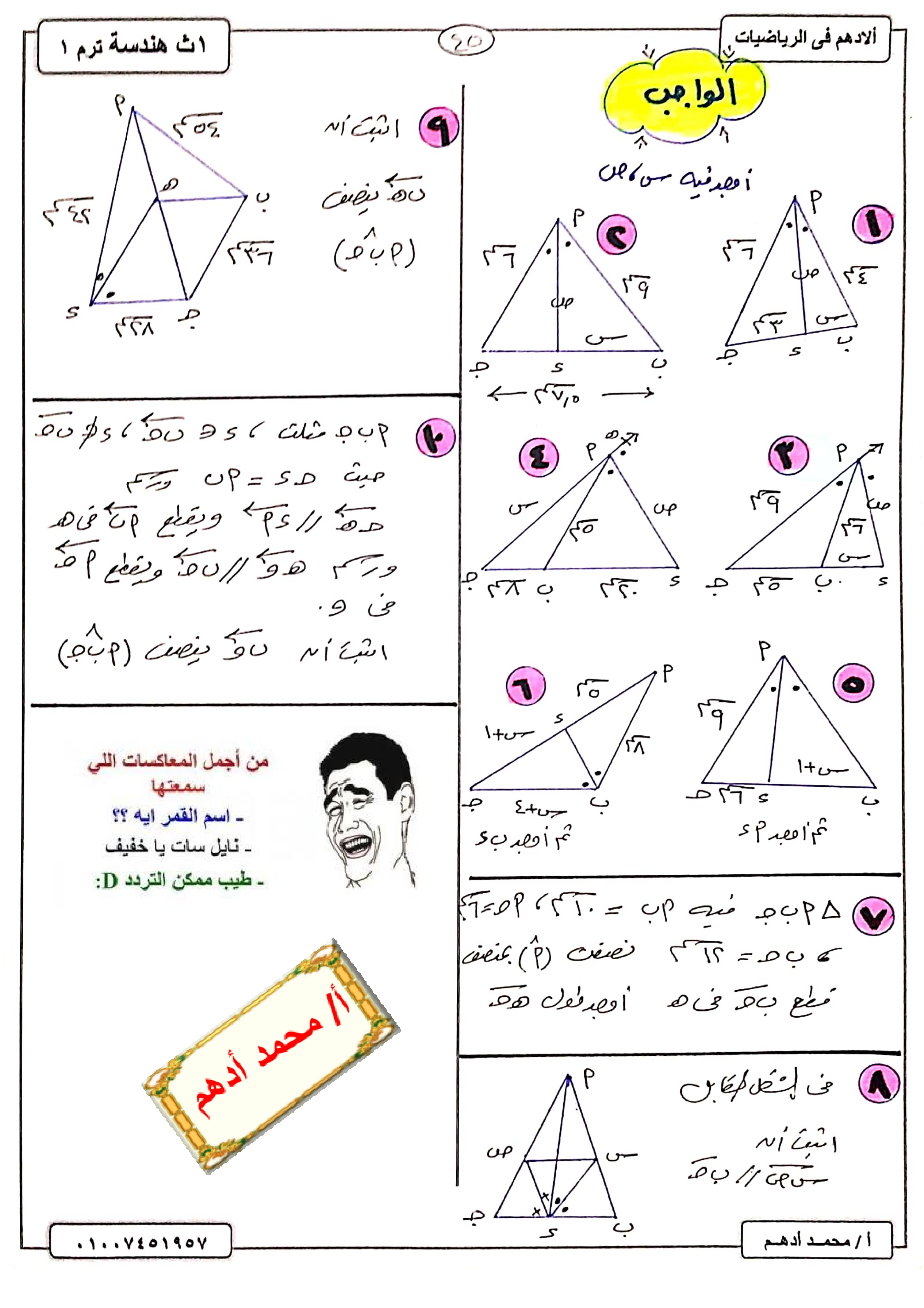
(أ) ١٢ (ب) ١٠ (ج) ٩ (د) ٨

أ ب = ٣ ل ، أ جـ = ٤ ل

$\sqrt{٣ ل \times ٤ ل - ١٢} = ٦$ بتربيع الطرفين

$١٢ ل^٢ - ١٢ = ٣٦$ ∴ $١٢ ل^٢ = ٤٨$ ، $ل^٢ = ٤$

∴ ل = ٢ ∴ أ جـ = ٤ × ٢ = ٨ سم



الواجب

أوجد فيه س ، ص

(١) (٢) (٣) (٤) (٥) ثم أوجد أ ء (٦) ثم أوجد ب ء

(٧) △ أ ب جـ فيه أ ب = ٣٠ سم ، أ جـ = ٢٦ سم ، ب جـ = ١٢ سم نصفت (أ^) بمنصف قطع ب جـ في هـ أوجد طول هـ جـ

(٨) في الشكل المقابل أثبت أن س ص // ب جـ

(٩) أثبت أن ب هـ ينصف (أ ب^ جـ)

(١٠) أ ب جـ مثلث ، ء ∈ ب جـ ، ء ∉ ب جـ حيث جـ ء = أ ب ورسم ء هـ // ء أ ويقطع أ ب في هـ ورسم هـ و // ب جـ ويقطع أ جـ في و . أثبت أن ب و ينصف (أ ب^ جـ)

الوحدة الثانية

الدرس الرابع : تطبيقات التناسب فى الدائرة

قوة نقطة بالنسبة لدائرة

$ق_م(أ) = (م أ)^2 - نق^2$

= (البعد بين النقطة والمركز)^2 - نق^2

↑ قوة النقطة أ بالنسبة للدائرة م

إذا كانت $ق_م(أ) > ٠$ موجبة

∴ م أ > نق وتكون النقطة خارج الدائرة

إذا كانت $ق_م(أ) = ٠$

∴ م أ = نق وتكون النقطة تقع على الدائرة.

إذا كانت $ق_م(أ) < ٠$ سالبة

∴ م أ < نق وتكون النقطة داخل الدائرة.

مثال ١

إذا كانت م دائرة نصف قطرها نق فأوجد قوة النقطة أ فى الحالات التالية

(١) م أ = ١٢ سم ، نق = ٩ سم

الحل

$ق_م(أ) = (م أ)^2 - (نق)^2$

$= (١٢)^2 - (٩)^2 = ٦٣$

∴ النقطة تقع خارج الدائرة

(٢) م أ = ٧ سم ، نق = ٧ سم

الحل

$ق_م(أ) = (م أ)^2 - نق^2$

$= ٧^2 - ٧^2 =$ صفر

∴ أ تقع على محيط الدائرة.

(٣) م أ = ٦ سم ، نق = ٧ سم

الحل

$ق_م(أ) = (م أ)^2 - نق^2$

$= (٦)^2 - (٧)^2 = -١٣$

∴ أ داخل الدائرة

مثال ٢

إذا كان نق = ٣ سم حدد موقع النقط التالية والبعد إذا كان

(١) $ق_م(أ) = ١٦$

الحل

$ق_م(أ) > ٠$ موجب

∴ أ خارج الدائرة

$ق_م(أ) = (م أ)^2 - نق^2$

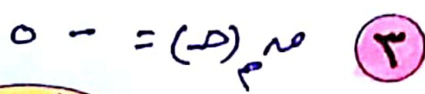
$(م أ)^2 - ٣^2 = ١٦$

$(م أ)^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥$

∴ $م أ = \sqrt{٢٥} = ٥$ سم



٢) $ق_م(ب) = صفر$



الحل

∵ $ق_م(ب) = صفر$ ∴ ب تقع على الدائرة

∴ $م ب = نق = ٣$ سم

---

٣) $ق_م(جـ) = -٥$

الحل

∵ $ق_م(جـ) = -٥ < ٠$ سالب يعني

∴ جـ تقع داخل الدائرة

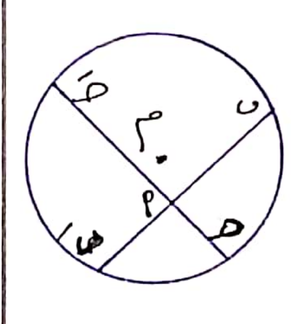
∵ $ق_م(جـ) = (م جـ)^٢ - نق^٢$

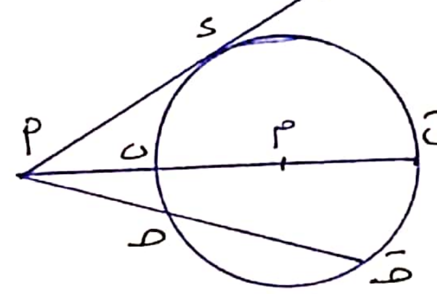
$(م جـ)^٢ - ٣^٢ = -٥$

$(م جـ)^٢ = -٥ + ٩ = ٤$

∴ $م جـ = \sqrt{٤} = ٢$ سم

ملاحظات





$ق_م(أ) = أب \times أب'$

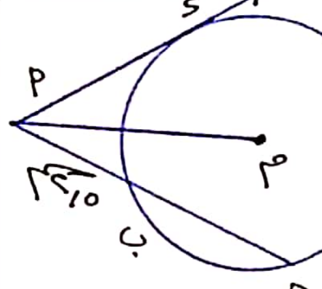
$= أجـ \times أجـ'$

$= (أ د)^٢$

$ق_م(أ) = - أب \times أب'$

$= - أجـ \times أجـ'$

مثال ٣



$نق = ٣$ سم

$أم = ٥$ سم

$أب = ٢.٥$ سم

أوجد طول كلاً من $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ د}$

الحل

∵ $ق_م(أ) = (أم)^٢ - نق^٢ = (٥)^٢ - (٣)^٢ = ١٦$

، ∵ $ق_م(أ) = أب \times أجـ = (أد)^٢ = ١٦$

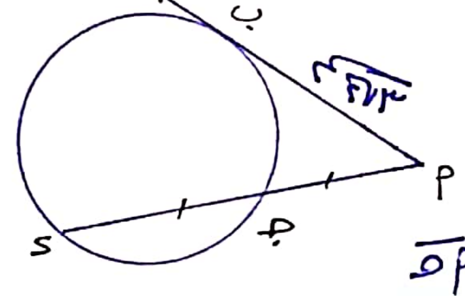
∴ $أب \times أجـ = ١٦$

$٢.٥ \times أجـ = ١٦$ ∴ $أجـ = \frac{١٦}{٢.٥}$

∴ $أجـ = ٦.٤$ سم ∴ $ب جـ = ٦.٤ - ٢.٥ = ٣.٩$ سم

، ∵ $(أد)^٢ = ١٦$ ∴ $أد = \sqrt{١٦} = ٤$ سم

مثال ٤



أوجد طول $\overline{أجـ}$

الحل

∵ $أجـ \times أد = (أب)^٢$

∴ $أجـ \times ٢ أجـ = (٣\sqrt{٢})^٢$

$٢(أجـ)^٢ = ١٨$

∴ $(أجـ)^٢ = \frac{١٨}{٢} = ٩$

∴ $أجـ = \sqrt{٩} = ٣$ سم



إذا كان $ق_م(أ) = نق$ فإنه أ ∉ سطح الدائرة تعرف ليه ؟؟

أ/ محمد أدهم

٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

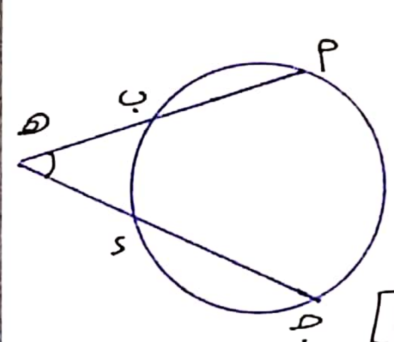
زاوية تقاطع وترية

داخل الدائرة

$$ق(\angle أهـجـ) = \frac{1}{2}\left[ق(\overset{\frown}{أجـ}) + ق(\overset{\frown}{بد})\right]$$

$= \frac{1}{2}$ مجموع القوسين المقابلين لها

خارج الدائرة



$ق(\hat{هـ})$

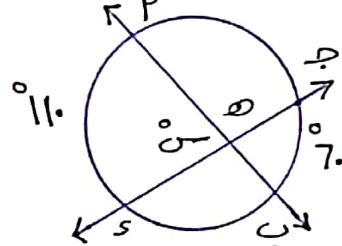
$$= \frac{1}{2}\left[ق(\overset{\frown}{أجـ}) - ق(\overset{\frown}{بد})\right]$$

$= \frac{1}{2}$ [قياس القوس الأكبر − قياس القوس الأصغر]

مثال ٥

أوجد قيمة س فى كل مما يلى

(١)



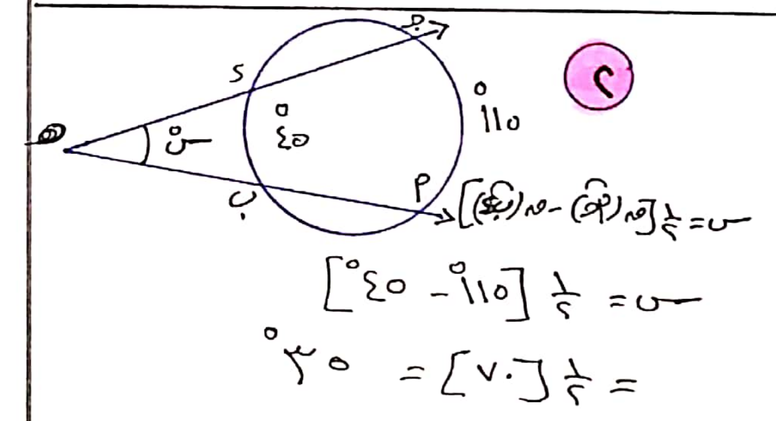
$$س = \frac{1}{2}\left[ق(\overset{\frown}{أد}) + ق(\overset{\frown}{بجـ})\right]$$

$$س = \frac{1}{2}\left[١١٠ + ٦٠\right]$$

$$= \frac{1}{2} \times (١٧٠)$$

$$= ٨٥°$$

(٢)

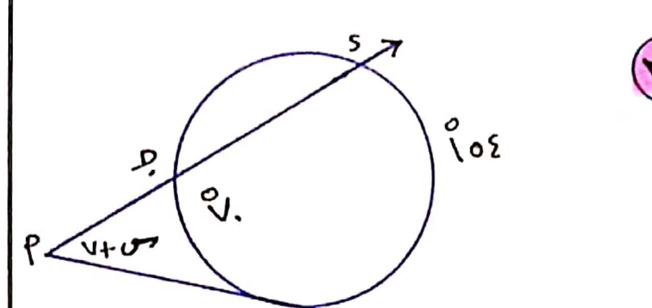


$$س = \frac{1}{2}\left[ق(\overset{\frown}{أجـ}) - ق(\overset{\frown}{بد})\right]$$

$$س = \frac{1}{2}\left[١١٥° - ٤٥°\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[٧٠\right] = ٣٥°$$

(٣)



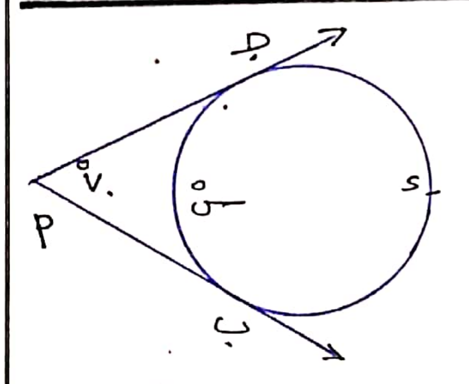
$$(س+٧) = \frac{1}{2}\left[ق(\overset{\frown}{بد}) - ق(\overset{\frown}{بجـ})\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[١٥٤ - ٧٠\right] = \frac{1}{2} \times ٨٤ = ٤٢°$$

$س + ٧ = ٤٢$ ، $س = ٤٢ - ٧$

$\therefore س = ٣٥$

(٤)



$\because$ قياس الدائرة $= ٣٦٠°$ ، $ق(\overset{\frown}{بجـ}) = س$

$$\therefore ق(\overset{\frown}{بدجـ}) = ٣٦٠ - س$$

$$\therefore ٧٠ = \frac{1}{2}\left[ق(\overset{\frown}{بدجـ}) - ق(\overset{\frown}{بجـ})\right]$$

$$\frac{1}{2}\left[٣٦٠ - س - س\right] = ٧٠$$

$$\frac{1}{2}\left[٣٦٠ - ٢س\right] = ٧٠ \quad (\times ٢)$$

$$٣٦٠ - ٢س = ١٤٠$$

$$-٢س = ١٤٠ - ٣٦٠$$

$$-٢س = -٢٢٠$$

$$\therefore س = \frac{-٢٢٠}{-٢} = ١١٠°$$



إذا كان $ق_م(أ) = ق_ن(أ)$ فإن أ تقع على المحور الأساسي للدائرتين م ، ن

وإذا كان $ق_م(أ) = ق_ن(أ)$ ، $ق_م(ب) = ق_ن(ب)$ فإن $\overleftrightarrow{أب}$ محور أساسي للدائرتين م ، ن

مثال ٦ دائرتان م ، ن متماستان من الخارج في أ ، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك للدائرتين م ، ن ، $\overrightarrow{بج}$ يقطع الدائرة م في ج ، ء ، $\overrightarrow{بهـ}$ يقطع الدائرة ن في هـ ، و على الترتيب

المطلوب

(١) اثبت أن $\overleftrightarrow{أب}$ محور أساسي للدائرتين م ، ن

(٢) إذا كان $ق_م(ب) = ٣٦$ ، بج = ٤ سم ، هـو = ٩ سم أوجد طول كلاً من $\overline{جء}$ ، $\overline{أب}$ ، $\overline{بهـ}$

الحل

∵ أ تقع على الدائرة م ، أ تقع على الدائرة ن

∴ $ق_م(أ) = ق_ن(أ) = ٠$

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند أ

∴ $ق_م(ب) = (أب)^2$

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة ن عند أ

∴ $ق_ن(ب) = (أب)^2$

∴ $ق_ن(ب) = (أب)^2$

∴ $ق_م(ب) = ق_ن(ب)$

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ محور أساسي للدائرتين م ، ن ## أولاً

∵ $ق_م(ب) = بج \times بء$

∴ $٣٦ = ٤ \times بء$

∴ بء = ٩ سم ∴ جء = ٥ سم

∵ $(أب)^2 = بج \times بء$

$= ٤ \times ٩ = ٣٦$

∴ أب = ٦ سم

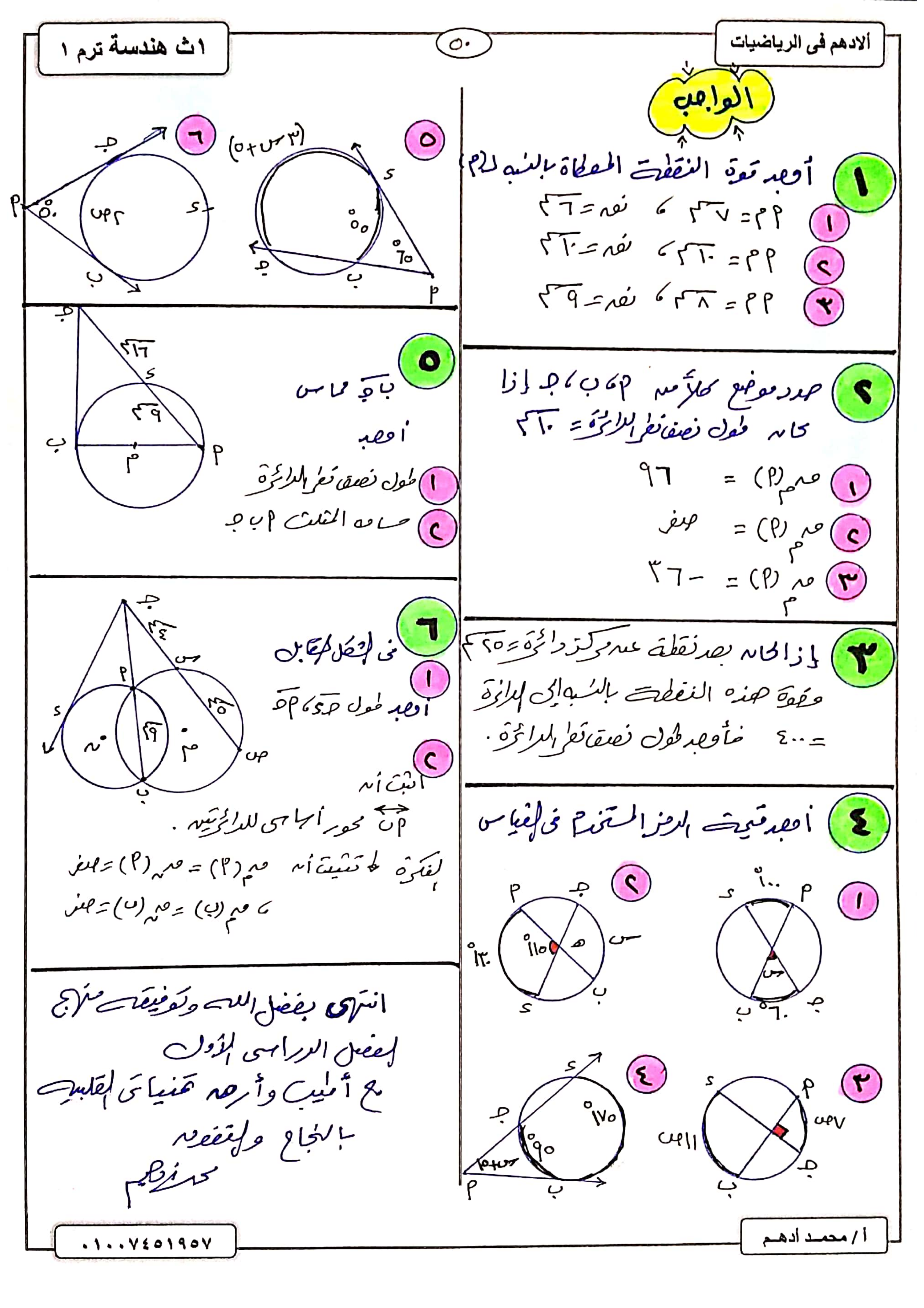
∵ $(أب)^2 = بهـ \times بو$

$٣٦ = (بهـ)(بهـ + ٩)$

$(بهـ)^2 + ٩(بهـ) - ٣٦ = ٠$

$(بهـ + ١٢)(بهـ - ٣) = ٠$

∴ بهـ = ٣ سم



الواجب

١ أوجد قوة النقطة المعطاة بالنسبة للدائرة م

(١) م أ = ٧ سم ، نق = ٦ سم

(٢) م أ = ١٠ سم ، نق = ١٠ سم

(٣) م أ = ٨ سم ، نق = ٩ سم

٢ حدد موضع كل من أ ، ب ، جـ إذا كان طول نصف قطر الدائرة = ١٠ سم

(١) $ق_م$(أ) = ٩٦

(٢) $ق_م$(أ) = صفر

(٣) $ق_م$(أ) = -٣٦

٣ إذا كان بعد نقطة عن مركز دائرة = ٢٥ سم وقوة هذه النقطة بالنسبة للدائرة = ٤٠٠ فأوجد طول نصف قطر الدائرة.

٤ أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس

٥ ب جـ مماس

أوجد

(١) طول نصف قطر الدائرة

(٢) مساحة المثلث أ ب جـ

٦ فى الشكل المقابل

(١) أوجد طول جـ د ، جـ ص

(٢) أثبت أن $\overleftrightarrow{أب}$ محور أساسى للدائرتين.

الفكرة: تثبت أن $ق_م$(أ) = $ق_ن$(أ) = صفر ، $ق_م$(ب) = $ق_ن$(ب) = صفر

انتهى بفضل الله وتوفيقه منهج الفصل الدراسى الأول

مع أطيب وأرق تمنياتى القلبية بالنجاح والتفوق

محمد أدهم